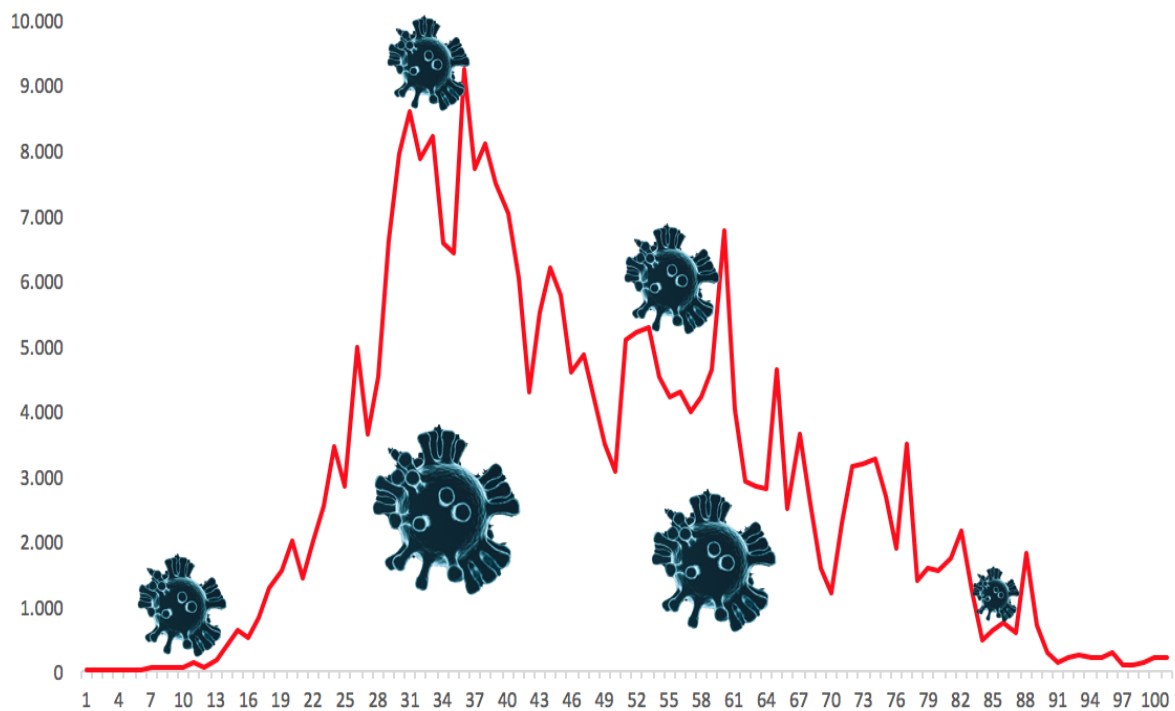


TREBALL DE RECERCA

SIMULACIÓ DE LA TRANSMISSIÓ DE LA COVID-19 MITJANÇANT LES MATEMÀTIQUES



William Wallace

RESUM/ABSTRACT

CATALÀ:

En aquests moments on la principal preocupació a nivell global és la pandèmia que estem patint. En el treball s'ha intentat realitzar un model matemàtic que intenti reflectir la propagació del virus SARS-CoV-2, en un determinat període de temps de 100 dies amb i sense mesures de seguretat.

A la primera simulació, no s'ha aconseguit representar la propagació de la COVID-19, ja que els paràmetres considerats no representaven les restriccions que va dictar el Govern.

No obstant, a la segona simulació, sí que es van considerar en els paràmetres les mesures de seguretat, just el dia que es van prendre (14/3/2020), tot i així s'ha obtingut un resultat negatiu, ja que segons Clara Prats (dra. en Física per la UPC) en aquesta pandèmia la població susceptible es considera "infinita" i el meu model requereix d'aquesta variable.

L'última simulació ha estat realitzada sense mesures preventives, que comparada amb la situació real, la conclusió extreta és que la quarantena frenà considerablement l'expansió el virus.

ANGLÈS:

Nowadays the main world concern is the pandemic we are suffering. In the work, I've tried to emulate a mathematical model in order to reflect the expansion of the virus SARS-CoV-2, in a period of time of 100 days with and without security measures.

In the first simulation, I couldn't represent the propagation of the COVID-19 because I haven't considered, in the parameters, the restrictions that the government implanted.

However, in the second simulation, even though I considered the preventive measures the day that the government imposed them (14/3/2020) I had the same results. Because of the explanation that Clara Prats (Dr. in Physical by the UPC) gave me, she told me that in this pandemic the susceptible people could be considered "infinite" and my model needs it.

The last simulation has been done without security measures, that compared with the real situation, I can confirm that the quarantine stopped the expansion of the virus.

“Tots els models estan equivocats, però alguns són útils”.

George E.P. Box

ÍNDEX

1. INTRODUCCIÓ	pàg...2
2. QUÈ ÉS L'EPIDEMIOLOGIA	pàg...4
2.1 Característiques personals essencials per epidemiologia	pàg...4
2.2 Conceptes bàsics d'epidemiologia	pàg...5
3. COM ES POT PROPAGAR UNA MALALTIA INFECCIOSA	pàg...6
4. LA MODELITZACIÓ I ELS MODELS MATEMÀTICS	pàg...8
4.1 Quins elements estan presents en un model matemàtic	pàg...8
4.2 Història dels models matemàtics emprats en epidemiologia	pàg...9
4.2.1 Els primers passos en models matemàtics epidemiològics	pàg...10
4.2.2 El principi d'acció de masses de W.H.Hamer les investigacions de R.Ross	pàg...11
4.2.3 L'inici de l'epidemiologia matemàtica moderna	pàg...11
4.2.4 Els últims avenços en epidemiologia matemàtica moderna	pàg...12
4.3 Importància dels models matemàtics epidemiològics	pàg...12
4.4 Classificació dels models matemàtics epidemiològics	pàg...13
4.4.1 Segons la seva naturalesa	pàg...13
4.4.2 Segons la dinàmica dels seus compartiments	pàg...15
4.4.3 Els principals models SIR basats en equacions diferencials	pàg...17
4.4.3.1 El model de Kermack i McKendrick	pàg...18
4.4.3.2 El model de Hethcote	pàg...20
4.4.3.3 El model de Dieckmann i Heesterbeek	pàg...20
5. QUÈ ÉS LA COVID-19? I EL SARS-CoV-2?	pàg...22
5.1 Expansió de la COVID-19 al món i a Espanya	pàg...22
6. CREACIÓ D'UN MODEL PER ESTUDIAR LA PROPAGACIÓ DEL VIRUS SARS-CoV-2	pàg...25
6.1 Aspectes que influeixen en la precisió del model	pàg...25
6.2 Com simularé la propagació de la COVID-19?	pàg...26
6.2.1 Explicació del model matemàtic que simularà propagació del SARS-CoV-2	pàg...26
6.2.1.1 Equacions que presenta el model	pàg...28
6.2.1.2 Valors aplicats als paràmetres	pàg...29
6.2.2 Estudi de les gràfiques de la simulació	pàg...31
6.3 Anàlisi dels resultats	pàg...34
6.3.1 Comparació de la realitat amb la simulació	pàg...34
6.3.2 Efecte de l'estat d'alarma sanitària i les mesures seguretat	pàg...38
7. CONCLUSIONS	pàg...41

8. BIBLIOGRAFIA	pàg...45
ANNEX 1: MODEL PROPOSAT PER LA UPV	pàg...48
ANNEX 2: SIMULACIÓ AMB FULL DE CÀLCUL	pàg...50

1. INTRODUCCIÓ

Abans de triar el meu tema del treball de recerca, tenia clar que s'havia d'orientar cap a la branca de les matemàtiques, ja que és una matèria que gaudeixo d'ella i em resulta motivadora perquè les podem aplicar a qualsevol aspecte, i que millor que ambientar-les a un tema malauradament d'actualitat, com és aquesta pandèmia.

En aquest treball he volgut anar més enllà quant a la realitat que estem vivint i que desgraciadament les previsions ens indiquen que s'estendrà en el temps. Des d'un principi era coneixedor de la complexitat que comportaria. No obstant això, em motivava per continuar endavant fins i tot amb les dificultats que em trobava.

El SARS-CoV-2 ens està canviant la forma de viure tal i com la coneixem fins ara, és a dir, el poder apropar-nos als nostres familiars, amics, companys, etc. Tot això, em motivava per tenir consciència de totes les mesures preventives que amb el coneixement de xifres i dades de com evoluciona aquesta infecció, podem tenir més cura per protegir-nos a nosaltres mateixos i en conseqüència tenir cura de la resta. Per tant, no tan sols són números o gràfiques, SÓN PERSONES.

El principal aspecte d'aquest treball és realitzar un model matemàtic en què es pugui observar com es va desenvolupant la malaltia. Així doncs, els meus objectius al final del treball seran respondre a les següents qüestions:

- **Realment el confinament de quasi la totalitat de la població com altres mesures de seguretat han complert els objectius?**
- **Les dades publicades oficials corresponen amb la totalitat dels casos, és a dir, contagiats, defuncions i recuperacions?**
- **És el meu model creat adient per simular la transmissió de la COVID-19?**

Aquest treball consta de tres parts: part teòrica, part pràctica i conclusions.

A la primera part, he investigat sobre els fonaments bàsics a tenir en compte amb la finalitat de comprendre quins aspectes principals conformen el model matemàtic que crearé a la segona part. A més, considerava important el coneixement dels primers models aplicats a anteriors pandèmies, ja que em donarien una visió més àmplia de la pandèmia que estem patint.

A la part pràctica, una vegada assolits els factors teòrics essencials per la comprensió d'aquesta segona part, era el moment de passar al càlcul de valors i gràfiques obtenint una realitat numèrica de tota la propagació epidemiològica, en un període de temps prèviament establert.

Per poder arribar a la finalitat del treball que és conèixer si el meu model s'adequa a la realitat, he anat comparant i descartant gràfiques fins a arribar a una definitiva en què es pot veure si realment el model s'ajusta a la realitat, i posteriorment he desenvolupat una gràfica que representi si el confinament ha estat eficaç o no.

Finalment, a l'última part, a través de la informació que les gràfiques anteriorment realitzades m'han ofert, he arribat a unes conclusions que em permeten respondre als objectius inicials del treball.

2. QUÈ ÉS L'EPIDEMIOLOGIA?

L'epidemiologia és la ciència que estudia la freqüència d'aparició d'una malaltia i la manera en com aquesta afecta a la població. L'objectiu de l'epidemiologia es fonamenta principalment en la població, per saber qui pateix la malaltia, on i quan la contreu, perquè amb aquesta informació es pot conèixer la distribució d'aquesta i es poden prendre mesures pel control del desenvolupament de la plaga.

L'epidemiòleg també té la tasca de determinar l'evolució de la malaltia amb el pas del temps amb la finalitat de saber si el número de casos han crescut o han decrescut, si a un territori concret hi ha menys o més infectats que en altre, i si els infectats d'una malaltia han adoptat unes característiques diferents amb la resta de la població.

2.1 Característiques personals essencials per epidemiologia

En epidemiologia, per realitzar un estudi precís sobre la distribució de la malaltia i com aquesta afecta en la població, és indispensable conèixer algunes característiques personals que poden afectar a la transmissió de la malaltia. Aquestes característiques personals són les següents:

- **Característiques demogràfiques:** edat, sexe i grup ètnic.
- **Característiques biològiques:** nivells d'anticossos en sang, productes químics, enzims, etc.
- **Factors socials i econòmics:** situació socioeconòmica, antecedents educacionals, etc.
- **Hàbits personals:** alimentació, consum de tabac, consum d'alcohol i de medicaments, activitat física...
- **Característiques genètiques:** grup sanguini, malalties hereditàries, etc.

2.2 Conceptes bàsics d'epidemiologia

En epidemiologia per conèixer l'afectació que una malaltia pot tenir sobre un territori són imprescindibles aquests dos aspectes:

- **El nombre reproductiu bàsic (R_0).** És un paràmetre molt utilitzat en aquest àmbit. Aquest paràmetre es defineix com la quantitat de contactes previstos que una persona realitza durant el temps en què aquesta es troba infectada (considerant que qualsevol contacte és qualsevol acció que pugui provocar un contagi).
- **La grandària de l'epidèmia.** És un factor que ens dona informació sobre la quantitat total de persones infectades en una epidèmia. És una mesura quantitativa de gran rellevància perquè es relaciona amb les despeses que una epidèmia provoca. En la majoria de vegades, el número de persones contagiades ens el donen en percentatges, normalment en tant per 100.000.

3. COM ES POT PROPAGAR UNA MALALTIA INFECCIOSA?

Una malaltia infecciosa, ja sigui provocada per un virus, una bacteria, un protozou, una paparra, etc. pot expandir-se per la població de tres maneres distintes. Aquestes malalties poden provocar una endèmia, una epidèmia o una pandèmia. Però, en què consisteixen cadascuna d'aquestes?

- **Endèmia.** Són malalties que afecten a unes zones concretes de forma permanent en períodes determinats, és a dir, aquelles que són pròpies d'un país o regió específica. També, perquè una malaltia sigui considerada com una endèmia, el volum de persones infectades amb el pas del temps han de ser aproximadament iguals.

Òbviament, a algunes regions el número d'individus que pateixen la malaltia pot ser major respecte d'altres.

Un exemple seria la malària, una malaltia vírica, que cada any afecta a unes 300.000.000 de persones i és molt comuna als països tropicals.

- **Epidèmia.** Una malaltia infecciosa es considera una epidèmia quan un brot epidèmic afecta a un volum de persones enorme a un país o regió i en un moment determinat, és a dir, la propagació del patogen és molt ràpida. La malaltia arribarà a un punt màxim d'infectats i posteriorment hi haurà una disminució d'afectats.

Per exemple, la grip o l'actual coronavirus quan els contagis solament es produïen a Xina.



Figura 1. Casos de SARS-COV-2 quan el virus estava solament a Xina (11/2/2020).

- **Pandèmia.** Una malaltia és catalogada com una pandèmia si es compleixen dos aspectes: que el brot epidèmic es propagui per més d'un continent i que els contagis de les diferents zones afectades no siguin a causa de casos importats. És a dir, la transmissió del patogen ha de ser pròpia de les persones de les àrees geogràfiques afectades.

L'exemple actual és el SARS-CoV-2.

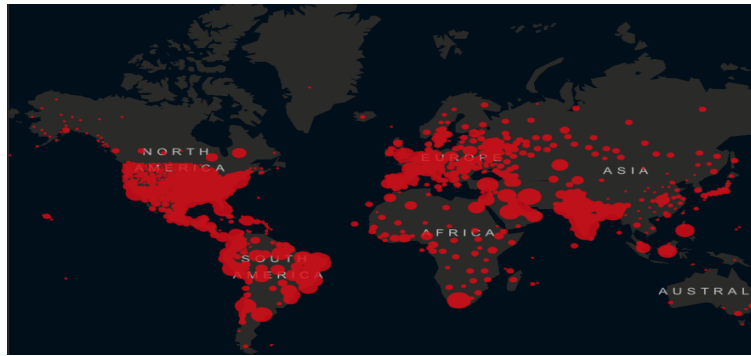


Figura 2. Mapa d'afectats de SARS-CoV-2 al món (8/8/2020).

4. LA MODELITZACIÓ I ELS MODELS MATEMÀTICS

La modelització matemàtica és el procés emprat per descriure una situació real representada amb matemàtiques amb la finalitat d'estudiar i comprendre un fenomen de la realitat mitjançant eines matemàtiques.

D'aquesta manera "modelitzar" consisteix en establir un model matemàtic, format a partir de dades empíricament trobades amb les quals es construeixen fórmules, funcions o equacions per establir les relacions entre els elements que el formen amb l'objectiu d'obtenir informació sobre un problema o fenomen de la vida real, sobre un escenari determinat.

La branca de les matemàtiques encarregada d'analitzar els diferents models s'anomena "teoria de models".

La modelització matemàtica es pot resumir en els següents 4 passos:

1. Reconeixement d'un problema real.
2. Determinar les causes importants del problema i traduir-les a llenguatge matemàtic.
3. Emprar mètodes matemàtics amb la finalitat d'aconseguir resultats matemàtics.
4. Treure conclusions dels resultats obtinguts i comprendre el seu efecte en la realitat.

4.1 Quins elements estan presents en un model matemàtic?

Tot model matemàtic ha de tenir uns components amb els quals, a través de diferents conceptes matemàtics, puguem arribar a assolir el nostre objectiu.

Els elements bàsics que ha de tenir un model matemàtic són els següents:

- **Variables.** Són els elements o conceptes que volem estudiar i entendre.
 - En el nostre cas, associada a una malaltia infecciosa, alguna de les variables podrien ser: el número de persones infectades, el número d'individus recuperats, el número de gent susceptible a la malaltia...

- **Paràmetres.** Són aquelles dades que es coneixen i es controlen del model.
 - El nombre reproductiu bàsic (R_0), ja esmentat, és un paràmetre que és molt freqüent el seu ús a malalties infeccioses. Altres paràmetres molt emprats en el nostre àmbit són: el període d'incubació, la taxa de mortalitat, la taxa d'infecció, etc.
- **Restriccions.** Són determinats límits que ens permeten saber si els resultats són adequats o no.
 - Un exemple seria a l'hora de conèixer el nombre de persones infectades en un dia, si el resultat d'aquest procés és negatiu significarà que hem comès algun error.
- **Relacions entre les variables i els paràmetres.** El model proposa diferents relacions entre les variables a través de teories físiques, econòmiques, epidemiològiques etc.
- **Representacions simplificades.** Es tracta de la representació de les relacions entre les diferents variables a través d'elements matemàtics com: funcions, equacions diferencials (molt utilitzada en models epidemiològics), fórmules, etc.

4.2 Història dels models matemàtics emprats en epidemiologia

Els éssers humans al llarg de la seva existència han intentat adquirir els màxims coneixements possibles sobre allò que els envolta. Per això, els models matemàtics han estat una eina fonamental al permetre'ns estudiar els comportaments de situacions difícils que ens presenten les diverses àrees del coneixement.

Un exemple d'aquest tipus de situacions serien les malalties que ens envolten i mitjançant models matemàtics podem entendre la seva transmissió i dissenyar mesures per evitar la seva propagació.

El nombre de models matemàtics amb la finalitat d'estudiar la propagació de malalties infeccioses és bastant reduït en comparació amb altres àrees de la ciència. També, el nombre de models matemàtics dedicats a aquesta branca han aparegut la gran majoria des de la dècada dels anys 90 fins ara, ja que durant la segona meitat del segle XX no existia una gran preocupació sobre l'estudi de la propagació de malalties infeccioses per l'ús d'antibiòtics i vacunes.

L'alarma social a partir dels anys 90 sobre diferents epidèmies de VIH, el Virus Sense Nom i el Virus del Nil Occidental, l'any 2003 amb l'aparició del SARS-CoV i l'any 2019 amb l'actual SARS-CoV-2 (entre d'altres) suposà un creixement en articles de literatura científica sobre aquesta branca.

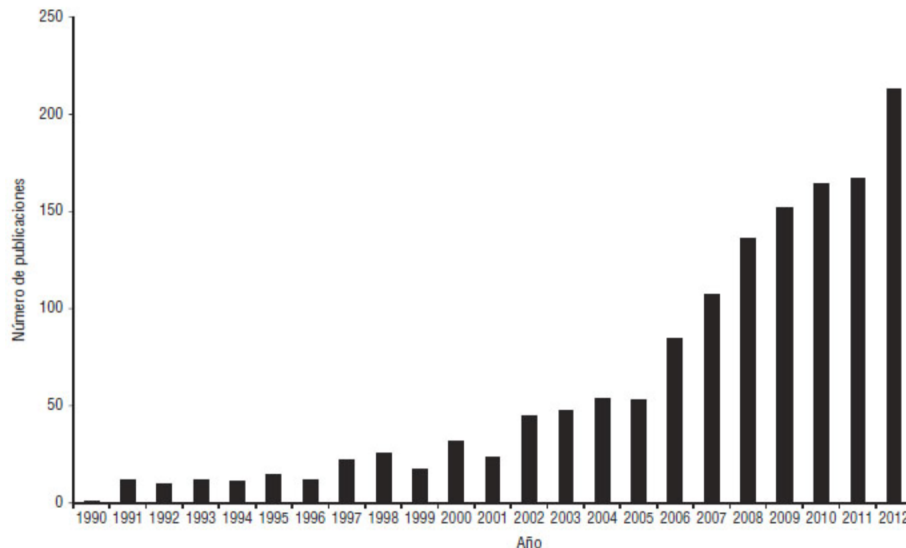


Figura 3. Gràfica de models matemàtics emprats en malalties infeccioses des de l'any 1990 fins el 2012 (segons Web of Science).

Ara, realitzarem un recorregut per la història dels diferents models matemàtics que van marcar un abans i un després en aquesta branca.

4.2.1 Els primers passos en models matemàtics epidemiològics

Probablement, abans de que es realitzés el primer article conegut sobre malalties infeccioses, ja s'haguessin construït algunes teories anteriors a aquesta com per exemple per la pesta negra. D'Alembert va ser el primer en modelitzar una malaltia infecciosa, però la primera teoria reconeguda va ser formulada a la segona meitat del segle XVIII per Daniel Bernoulli. El metge i matemàtic va publicar un petit article sobre diverses enfermetats infeccioses, a través de models matemàtics que requerien d'equacions diferencials. Els seus estudis, tot i que no van ser gaire precisos, avui dia segueixen sent vàlids. L'exemple més reconegut és el treball que va realitzar sobre la verola.

4.2.2 El principi d'acció de masses de W.H.Hamer i les investigacions de R.Ross

A principis del segle XX, el metge i epidemiòleg W.H.Hamer va formular el *principi d'acció de masses*, a partir de l'estudi de la propagació del xarampió. En ell, va establir una relació de proporcionalitat entre la taxa de propagació d'una epidèmia i el producte de la densitat de persones vulnerables per la densitat de persones infectades, és a dir, W.H.Hamer en el seu treball va utilitzar la següent formula:

$$\text{Número de nous infectats } (t) = \text{Individus susceptibles} \cdot \text{Individus infecciosos}$$

Considerant "t" com a unitat de temps.

Pocs anys després, el premi Nobel R.Ross proposà al seu llibre *The Prevention of Malaria* un model matemàtic senzill que demostrava el comportament del paludisme, en ell proposa que per finalitzar amb el paludisme o la malària (malaltia infecciosa que es transmet per la picada del mosquit *Anopheles*) no calia extingir la població de mosquits, sinó solament reduir-la a un nivell baix. El matemàtic, per arribar a aquestes conclusions, va emprar al seu model equacions diferencials.

4.2.3 L'inici de l'epidemiologia matemàtica moderna

Entre els anys 1927 i 1939 es va crear el treball que fou l'inici de l'epidemiologia matemàtica moderna per part de W.O.Kermack i A.G. McKendrick. Els matemàtics van estudiar per primera vegada diverses enfermetats endèmiques. A més a més, van formular un model matemàtic sobre la pesta bubònica dels anys 1665 i 1666 a partir d'equacions diferencials.

Un aspecte que va revolucionar l'epidemiologia va ser la introducció del teorema umbral que ens permet conèixer si una malaltia és epidèmica o no, és a dir, si hi ha un cert nombre de persones infectades a una població de persones susceptibles, solament podria haver el brot d'una epidèmia si el nombre d'infectats supera un valor umbral. També, va ser pioner, en el fet de dividir la població en tres tipus obtenint les següents variables: individus susceptibles, individus infecciosos i individus remoguts.

4.2.4 Els últims avenços en epidemiologia matemàtica

A partir de la Segona Guerra Mundial va resultar imprescindible avançar en els coneixements sobre processos probabilístics i, va ser possible, mitjançant l'ús de processos estocàstics. Un gran avenç realitzat en els anys 90 per l'epidemiologia va ser l'estudi de xarxes complexes de transmissió que serveixen per comprendre la dinàmica de difusió de la malaltia infecciosa, utilitzades pel SIDA o pel SRAG (entre d'altres).

4.3 Importància dels models matemàtics epidemiològics

Els models matemàtics ens permeten explicar, analitzar i predir, és a dir, el fet de veure més enllà en les diferents situacions i problemes que ens presenten les diverses àrees del coneixement a través de les diferents relacions entre variables, paràmetres i restriccions. Ja sigui en física, biologia, química o, en el nostre cas, epidemiologia.

De vegades, la construcció de models matemàtics se'ns dificulta o se'ns impossibilitza pel fet de que no coneixem o no tenim prou informació sobre els diferents elements que conformen el model matemàtic.

La construcció de models matemàtics per l'estudi de malalties infeccioses és essencial per les següents raons:

- A partir de la creació del model matemàtic, se'ns evidencien diferents relacions entre els elements que en un primer moment probablement no érem conscients.
- Una vegada dissenyat el model, mitjançant les diferents relacions entre els components podem analitzar les característiques que sense la construcció d'aquest no seria possible extreure-les.
- Per predir com evoluciona una malaltia infecciosa és costós i no resulta ètic experimentar amb el món real. Per evitar aquests inconvenients, és essencial crear un model matemàtic amb el qual podrem predir d'una forma semblant a la realitat l'evolució i la dispersió d'aquesta.

- Gràcies a la creació d'un model matemàtic, que tingui la capacitat de predir allò que en el món real està succeint aquest, ens serveix com a medi per predir el futur de l'enfermetat en una població sota diferents escenaris.

A partir de la creació de models matemàtics per malalties infeccioses ens proporcionen la informació necessària per prendre les decisions adequades basades en els resultats que les relacions entre les diferents variables determinen.

Un exemple clar, seria el confinament que es va decretar a Espanya el dia 15 de març de 2020, amb el qual el govern va intentar evitar una propagació ràpida del SARS-CoV-2 per evitar un col·lapse en els hospitals.

Per tant, la finalitat de crear un model matemàtic en l'àrea de l'epidemiologia és la semblança d'aquest amb la realitat i d'aquesta manera ens serà possible la gestió de l'evolució del patogen, ja que podré conèixer els valors i la tendència de les diferents variables proposades al model. Per evitar situacions altament perjudicials a la nostra salut, controlar la malaltia i si és possible eradicar el causant que provoca la malaltia.

4.4 Classificació dels models matemàtics epidemiològics

4.4.1 Segons la seva naturalesa

Hi ha diverses maneres de classificar els models matemàtics aplicats en epidemiologia. Una de les formes de classificar aquests models seria segons la seva naturalesa i segons les eines matemàtiques que s'utilitzen. En aquest àmbit, trobem sis tipus de models.

Els dos primers models estudien la dinàmica de la població sense atendre les relacions socials entre les persones, solament allò proposat en els paràmetres. D'aquesta manera, aquests dos models es consideren models globals.

- **Els models deterministes.** Són models en què els seus paràmetres i variables no són de naturalesa atzarosa.

En aquest tipus de model, al no presentar variables ni paràmetres de naturalesa aleatòria, és a dir, presenta factors controlables, els resultats que s'obtenen són bastant precisos.

Les principals eines matemàtiques que empren (la gran majoria d'aquest tipus de models) són equacions diferencials o equacions en diferències.

Són utilitzats a l'hora d'estudiar una població gran.

- **Els models estocàstics.** Són models en què, al contrari que en els models deterministes, els seus paràmetres i variables són de naturalesa atzarosa.

Aquest model, al presentar paràmetres i variables de naturalesa aleatòria, no presenta factors controlables i, per tant, no es dona un resultat en concret, sinó que els resultats es presenten amb una funció de probabilitat.

Gairebé tots els models estocàstics utilitzen cadenes de Markov.

Els models estocàstics estan emprats quan es parla de malalties infeccioses en una població reduïda.

Altra forma de classificar-los segons la seva naturalesa, seria mitjançant les característiques de les variables que conformen el model a més a més de les eines matemàtiques en què estan basats.

- **Els models continus.** Aquest tipus de models es caracteritzen perquè les seves variables poden prendre qualsevol valor dins d'uns límits establerts.

Aquesta classe de models són els més abundants perquè que empren equacions diferencials.

- **Els models discrets.** Al contrari que en l'últim model esmentat, diverses o totes les variables d'aquest tipus de models tenen un número límit de valors.

La gran majoria de models discrets estan basats en autòmats cel·lulars o en models basats en agents.

Finalment, obtenim aquells models que tracten d'imitar el comportament d'un sistema compost per diversos elements.

- **Els models globals.** Es caracteritzen per estudiar la dinàmica i el desenvolupament d'un sistema format per diversos elements, sense considerar les relacions locals dels elements que els integren.

Pràcticament tots els models, ja siguin deterministes o estocàstics, es consideren models globals.

- **Els models individuals.** De la mateixa manera que els models globals, aquests models realitzen la mateixa funció, però tenint en compte les interaccions locals dels elements que els conformen.

La gran majoria de models individuals que existeixen usen autòmats cel·lulars o models basats en agents, és a dir, models discrets.

4.4.2 Segons la dinàmica dels seus compartiments

Els models matemàtics en epidemiologia també es poden classificar a través de compartiments, aquests compartiments són les variables que componen el model i fan referència als diferents estats en què els individus d'una població es poden trobar. Els principals estats en els quals una persona es pot trobar són els següents:

- **(S) Susceptibles:** aquelles persones que poden contraure la infecció, és a dir, que no són immunes al patogen.
- **(I) Infectats:** aquells individus que han contret la malaltia. Les persones d'aquest compartiment poden transmetre el patogen a la població susceptible.
- **(R) Remoguts:** aquella població que ha adquirit anticossos contra la malaltia, d'aquesta manera són immunes contra ella. Hem de considerar que per exemple per les ETS (enfermetats de transmissió sexual) no tots els individus adopten immunitat una vegada s'han recuperat de la malaltia, és a dir, aquesta variable no és eficaç per qualsevol enfermetat.

Existeixen altres tipus d'estats molt emprats en epidemiologia, com els individus exposats (població infectada en un període de latència, és a dir, que no poden infectar a la resta), però em basaré en els anteriors tres estats que seran els que utilitzaré en el treball.

A partir d'aquests tres tipus d'estats que es poden manifestar en un individu, obtenim la gran majoria de models emprats en la transmissió de malalties infeccioses. Entre els quals destaquen els següents:

- **SIR**: els individus, una vegada recuperats, adquireixen anticossos en contra de la malaltia.

Són més eficients per malalties víriques.

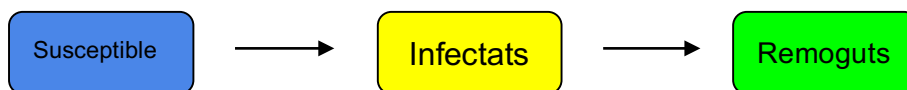


Figura 4. Esquema d'un model SIR.

- **SIS**: les persones no adopten immunitat en contra de la malaltia. Llavors, els individus passen de ser susceptibles, a estar infectats i, una vegada recuperats, poden contraure l'enfermetat altra vegada.

Són els més adequats per tractar malalties bacterianes.

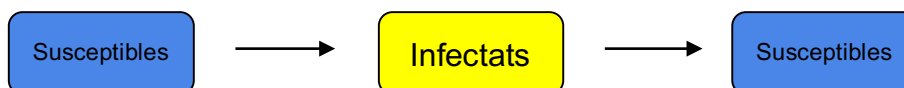


Figura 5. Esquema d'un model SIS.

- **SI**: les persones no es recuperen de la malaltia.

És el model més emprat en l'estudi de la sida (VIH).

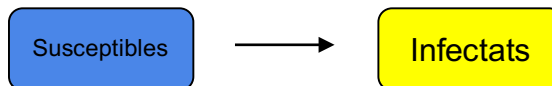


Figura 6. Esquema d'un model SI.

Normalment, els models compartimentals es presenten de forma determinística, tot i que també existeixen de forma estocàstica. En qualsevol tipus de models anteriorment explicats, es considera que els contactes entre les persones es produeixen de manera aleatòria.

Les diferents variables que formen el model es desenvolupen en base a les relacions funcionals entre les variables i els paràmetres que el formen. Aquestes relacions es duen a terme a través de diverses eines matemàtiques, com equacions diferencials, autòmats cel·lulars i altres ja esmentades.

4.4.3 Els principals models SIR basats en equacions diferencials

El model SIR (juntament amb els models proposats a l'apartat 4.4.2) és un model simple i l'estudi matemàtic d'aquest és elemental. Aquest model ens facilita notació, intuïció i conceptes que ens seran útils per l'anàlisi de models més complicats.

Com hem explicat, molts dels models que estudien la propagació d'una malaltia estan construïts a través d'equacions diferencials.

Alguns dels principals models SIR amb una base matemàtica d'equacions diferencials són els models de Kermack i McKendrick, Hethcote i el de Diekmann i Heesterbeek.

Les equacions diferencials s'utilitzen en gran part de models epidemiològics ja que ens permeten analitzar fins el més mínim detall del model.

Una equació diferencial és una equació on el resultat serà una altra funció. Aquests tipus d'equacions relacionen una funció desconeguda amb una o més derivades de la funció en relació amb una o més variables independents.

La classificació d'equacions diferencials es realitza a través de les variables independents que formen l'equació, existeixen els següents dos tipus:

- **Ordinàries:** la funció depèn d'una sola variable.
- **Parcials:** la funció depèn de més d'una variable.

Com hem explicat anteriorment, els models matemàtics en epidemiologia es regeixen a uns paràmetres, un dels quals seria el paràmetre umbral R_0 , és a dir, el número reproductiu bàsic (esmentat a l'apartat 3.2) que ens decreta l'estabilitat de l'equilibri sense infecció i de l'equilibri endèmic. A partir d'aquest paràmetre deduïm que si el nombre d'infeccions secundàries causades per una persona en una població susceptible (R_0) és ≤ 1 la propagació de la malaltia anirà baixant fins arribar a un estat d'equilibri sense infecció estable, en cas contrari, si $R_0 > 1$ infecció es propagarà arribant a un estat d'equilibri endèmic estable.

4.4.3.1 El model de Kermack i McKendrick

Un dels models més importants en l'epidemiologia matemàtica va ser creat per Kermack i McKendrick l'any 1927. Consisteix en un model en què trobem els tres estats principals, anteriorment esmentats, és a dir, és un model SIR.

El model presenta les següents suposicions:

- La població es considera constant, és a dir, $S(t) + I(t) + R(t) = N$
- Al presentar-se la població constant no es tindran en compte les immigracions i emigracions. A més a més, Kermack i McKendrick van suposar que per cada naixement una persona morirà, així, la població es mantindrà igual amb el pas del temps.
- La transmissió de la malaltia es regeix a la llei d'acció de masses.
- No es considera el període de latència perquè el període d'exposició fins que l'individu comença a ser infecciós és pràcticament inexistent.
- La població infecciosa passarà a l'estat de recuperats mitjançant una taxa constant b .
- Els individus estan barrejats homogèniament.

En el model proposat Kermack i McKendrick hi ha dos paràmetres:

- **L'índex de transmissió (a):** depèn del contacte i de la probabilitat de transmissió, és a dir, consisteix en la taxa, per unitat de temps, que una persona susceptible la qual està en contacte amb una persona infectada es contagii.
- **L'índex de recuperació (b):** consisteix en la taxa, per unitat de temps, que una persona infectada hagi superat la malaltia.

El model està basat en les següents equacions diferencials ordinàries:

$$\left. \begin{aligned} S'(t) &= -\frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) \\ I'(t) &= \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) - b \cdot I(t) \\ R'(t) &= b \cdot I(t) \end{aligned} \right\}$$

Cadascuna de les equacions ens proporciona la informació necessària per saber com evoluciona cada grup en què es classifica la població al llarg del temps.

- La primera equació, $S'(t) = -\frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t)$, ens diu que la variació de la quantitat de persones susceptibles amb el pas del temps depèn del principi d'acció de masses, és a dir, de la quantitat d'interaccions entre les persones infectades i els individus susceptibles i de la taxa de transmissió. El signe menys ens indica que els individus susceptibles disminueixen al llarg del temps.
- La segona equació, $I'(t) = \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) - b \cdot I(t)$, ens mostra que la variació del número de persones infectades en funció del temps es calcula mitjançant la diferència entre aquelles persones que han passat a estar contagiades i els recuperats, representant b la taxa de recuperació. Per tant, $\frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t)$ ens indica, gràcies a la llei d'acció de masses, la taxa de pèrdua de persones susceptibles i $b \cdot I(t)$ ens indica el guany d'individus recuperats.
- L'última equació, $R'(t) = b \cdot I(t)$, ens indica que l'augment del número de persones recuperades amb el temps són els infectats que han passat a recuperats segons la taxa de recuperació b (proporcionalitat directa entre l'increment de persones recuperades i el número d'individus infectats).

En el model analitzat anteriorment, la divisió entre l'índex de transmissió (a) i l'índex de recuperació (b) equival al número reproductiu bàsic, per tant, $a/b = R_0$.

D'aquesta manera si $a \leq b$ ($R_0 \leq 1$) suposarà que el model entra en un estat d'estabilitat sense infecció, si $a > b$ el nombre de persones infectades augmentarà.

4.4.3.2 El model de Hethcote

Existeixen una gran quantitat de models que han pres com a base l'anterior model SIR. Un dels models que es va inspirar en el model de Kermack i McKendrick és el de Hethcote que es diferencia del de Kermack i McKendrick per l'agregació de la taxa de mortalitat (μ), està format pel següent sistema d'equacions:

$$\left. \begin{aligned} S'(t) &= \mu \cdot N - \mu \cdot S(t) - \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) \\ I'(t) &= -\mu \cdot I(t) + \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) - b \cdot I(t) \\ R'(t) &= -\mu \cdot R(t) + b \cdot I(t) \end{aligned} \right\}$$

4.4.3.3 El model de Dieckmann i Heesterbeek

Aquest model és una millora de l'anterior ja que la població varia amb el pas del temps, i això queda reflectit gràcies a la introducció d'un nou paràmetre: la taxa de naixement (c) que es considera superior a la taxa de mortalitat (μ).

Per altra banda, la lletra p representa la probabilitat d'adquirir anticossos temporalment de la malaltia, una vegada la persona estigui recuperada.

Un altre model SIR que és una millora dels dos anteriors és el següent:

$$\left. \begin{aligned} S'(t) &= c \cdot S(t) + c \cdot R(t) - \mu \cdot S(t) - \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) \\ I'(t) &= -\mu \cdot I(t) + \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) - b \cdot I(t) \\ R'(t) &= -\mu \cdot R(t) + p \cdot b \cdot I(t) \end{aligned} \right\}$$

Com podem observar el model afegeix informació, com nous paràmetres, al primer model realitzat per Kermack i McKendrick.

- La primera equació: $S'(t) = c \cdot S(t) + c \cdot R(t) - \mu \cdot S(t) - \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t)$ ens diu que la variació de persones susceptibles amb el temps depenen de la diferència entre la suma de persones susceptibles i recuperades, multiplicades per la taxa de naixement i de la quantitat de contactes entre persones susceptibles, d'individus contagiats i dels paràmetres de mortalitat i de transmissió.

- La segona equació: $I'(t) = -\mu \cdot I(t) + \frac{a}{N} \cdot S(t) \cdot I(t) - b \cdot I(t)$ ens indica que l'augment de persones infectades en funció del temps es calcula a través d'aquelles persones que han estat infectades i que no han pogut superar la malaltia, més la diferència entre la població que s'ha infectat i els recuperats.
- La tercera equació: $R'(t) = -\mu \cdot R(t) + p \cdot b \cdot I(t)$ ens mostra que la variació del número de persones recuperades amb el pas del temps equival a la suma d'aquelles persones recuperades, multiplicat per la taxa de mortalitat i les persones infectades, multiplicat per la taxa d'adquirir anticossos temporalment, una vegada la persona s'hagi recuperat, i per la taxa de recuperació.

5. QUÈ ÉS LA COVID-19? I EL SARS-CoV-2?

La COVID-19 és la malaltia que provoca el virus SARS-CoV-2. El nom de la malaltia està compost per les paraules “corona” (família a la que pertany el patogen), “virus” (la classificació del patogen) i *disease* (malaltia en anglès), mentre que 19 correspon a l’any en què es va originar el brot. El nom del virus està format per l’afecció respiratòria que provoca (síndrome respiratori agut greu, SARS), per la família a la qual pertany (*Coronaviridae*, CoV) i el 2 ens indica el tipus de coronavirus.

5.1 Expansió de la COVID-19 al món i a Espanya

Diverses investigacions a la ciutat de l’epicentre del virus, és a dir, a Wuhan han corroborat que els primers casos de SARS-CoV-2 es van donar al mercat d’aquella ciutat. El mercat de Wuhan és un mercat d’aliments i, per aquesta raó els científics van decidir realitzar unes anàlisis del material genètic dels diversos animals. L’anàlisi va suggerir que el ratpenat va ser l’animal que va traspasar el virus a l’ésser humà.

El primer cas de la malaltia COVID-19 va ser detectat a Xina, el 17 de novembre de 2019. El pacient zero d’aquesta enfermetat era un home de 55 anys que residia a la província de Wuhan, però el que va desencadenar l’epidèmia i, posteriorment, la pandèmia mundial va ser el fet que a partir del moment en què es va donar el primer cas del nou coronavirus la xifra d’infectats va anar augmentant amb el pas del temps sense saber quin tipus de malaltia estaven tractant.

Quan ja hi havia una xifra significant de contagis a Xina, el 27 de desembre de 2019 el metge de l’Hospital Provincial de Medicina Integrada Xina i Occidental de Wuhan, Zhang Jixian, informà que els pacients d’aquella malaltia d’origen desconegut es trobaven davant d’un nou cas de virus de la família *coronaviridae*.

No va ser fins el 31 de desembre de 2019, quan la Comissió Municipal de Salut de Wuhan va comunicar l’existència d’una pneumònia d’origen desconegut i el 4 de gener va ser el dia que l’OMS va publicar a les xarxes socials aquesta malaltia de la qual no es coneixia el patogen.

Posteriorment, uns 10 dies després des de la publicació de que el món es trobava davant d’un nou virus, es va detectar el primer cas de SARS-CoV-2 fora del país xinès, a Tailandia. Era una dona xinesa de Wuhan que va viatjar a Tailandia amb símptomes de coronavirus.

El virus es començava a propagar de forma local pels diferents països asiàtics, fins que es va detectar el primer cas fora del continent asiàtic. El primer cas de SARS-CoV 2 fora d'Àsia va ser detectat el 15 de gener als Estats Units i es tractava d'un home de 35 anys que provenia de la ciutat on es va originar el brot, iniciant la propagació del virus pel continent americà.

El primer cas oficial a Europa es va donar el 24 de gener de 2020 en un home de 33 anys alemany, que va començar a tenir dificultat respiratòria i febre alta tres dies després d'haver assistit a reunions amb un comercial xinès, però hi ha investigacions que afirmen que el primer cas de COVID-19 a Europa va ser el 27 de desembre en un home de 53 anys francès. El metge Yves Cohen va revisar l'ADN de certs casos de pneumònia al seu hospital donant negatiu a tots els virus coneguts, aspecte que fa dubtar de les dades aportades per part de l'OMS.

El coronavirus s'expandia per tots els continents i el 31 de gener de 2020 va arribar el primer cas importat a Espanya (a La Gomera) i van haver els primers infectats dins de la península el dia 24 de febrer. Aquests primers contagis provenien de persones que havien viatjat a Itàlia, lloc on l'impacte del virus va ser molt fort.

Un dia més tard de que arribessin els primers infectats a la península, es registrà el primer cas de transmissió local a Sevilla.

El govern espanyol, amb un gran nombre de casos per tot el país, el 14 de març va activar l'estat d'alarma sanitària, sent un dels confinaments més durs en relació amb la resta de països europeus.



Figura 7. Carrers buits amb l'estat d'alarma.

Dues setmanes després de la quarantena els infectats continuaves augmentant, però passat aquest temps baixava lentament el número de casos.

Durant l'estiu, els casos incrementaven en forma de rebrots aïllats de contagis a causa dels incompliments de les recomanacions que temps després serien obligacions (l'ús de la mascareta, distanciament social...).



Figura 8. Gent no fent ús de les mesures de seguretat.

Poc a poc, aquestes aparicions sobtades de casos a principis d'octubre s'estava tornant a descontrolar provocant una segona onada. Fins al punt que a dia 25/10/2020 hi ha un total d'1,05M i 34.752 d'infectats i morts registrats respectivament, tornant-se a decretar l'estat d'emergència sanitària amb restriccions nocturnes en la mobilitat de les persones .

6. CREACIÓ D'UN MODEL PER ESTUDIAR LA PROPAGACIÓ DEL VIRUS SARS-CoV-2

6.1 Aspectes que influeixen en la precisió del model

La COVID-19 és una malaltia que està causant una de les majors catàstrofes naturals dels segle XXI. Una pandèmia, com la que avui dia estem vivint, afecta a quasi tota la població del món, ja sigui de manera directa o indirecta. Per tant, a l'afectar a tants individus hi hauran molts factors que no puguem controlar i que intervindran en la precisió del model.

Un dels aspectes a considerar estaria relacionat amb cadascun dels individus, és a dir, amb aquelles característiques personals (esmentades a l'apartat 2.1). Un dels factors relacionats amb la propagació del virus SARS-CoV-2 seria el grup sanguini, ja que els individus amb sang de tipus 0 tenen entre un 9% i un 18% menys de probabilitats de contagiar-se, també aquelles persones que tenen hàbits higiènics tenen menys possibilitat d'infectar-se, etc.

Altres factors estarien lligats amb la població per les següents raons: l'agent infecciós actua amb més letalitat a mesura que s'avança amb l'edat, els nens es consideren menys infecciosos respecte a la resta de població, l'alta densitat de població afavoreix a la difusió de la malaltia, no tothom presenta símptomes, etc. A més a més, és important conèixer diversos aspectes de la població per poder saber el número de persones que han superat la malaltia, les persones que es troben infectades en un moment concret...

Altra de les característiques que compliquen la semblança del model amb la realitat es basen en l'agent infecciós, ja que diverses investigacions han suggerit que el SARS-CoV-2 es torna menys agressiu amb temperatures altes que amb baixes.

Tots aquests factors esmentats que poden influir en la transmissió del patogen, en la letalitat del virus, etc. s'haurien de considerar perquè el model tingui una alta precisió respecte la realitat, tanmateix al ser una pandèmia i trobar-se afectada tanta població resulta impossible tenir-los en compte.

6.2 Com simularé la propagació de la COVID-19?

La simulació de la dinàmica de l'evolució de la infecció que avui dia encara es troba en auge, la realitzaré intentant estimar com hagués estat la propagació de la COVID-19 en la població catalana sota un escenari en què no s'hagin pres mesures de seguretat. Per a poder aconseguir aquest escenari, hauré de donar certs valors als paràmetres i a les variables (del model que veurem a continuació) que s'ajustin a aquesta situació mitjançant la informació proporcionada per part de l'Institut d'Estadística de Catalunya (IDESCAT), de l'Organització Mundial de la Salut (OMS) i del Ministeri de Sanitat, Consum i Benestar Social d'Espanya (MSCBS).

Una vegada establerts i argumentats els valors fixats en els paràmetres i les variables, graficaré aquestes dades a través d'Excel en un interval de temps suficient perquè es pugui desenvolupar la malaltia i, una vegada analitzades les gràfiques, faré una anàlisi dels resultats fent una comparació amb la realitat.

6.2.1 Explicació del model matemàtic que simularà la propagació del SARS-CoV-2

El model que utilitzaré per simular la dinàmica de l'evolució de la malaltia COVID-19 serà un model compartimental SIR, és a dir, un model de la mateixa dinàmica que els esmentats en l'apartat 4.4.3. A més a més, com el model de Kermack i McKendrick, considera la població constant, o sigui, la suma de les variables equival a tota la població. Tanmateix, tot i aquestes similituds, el model divergeix amb els ja explicats perquè fa ús d'una nova variable, els morts.

El model presentarà la dinàmica d'evolució següent:

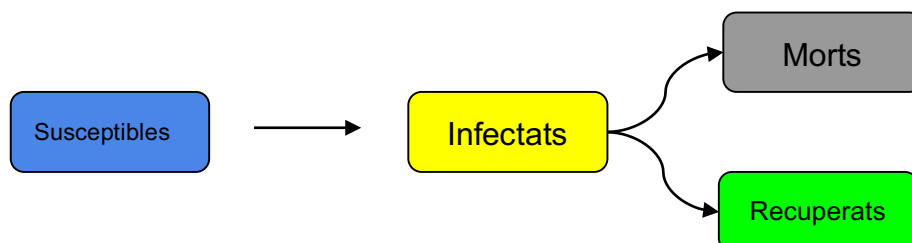


Figura 9. Esquema de l'evolució del model que simularà l'evolució de la COVID-19.

Com vaig comentar a l'apartat 4.4.2, els susceptibles són aquells individus que no es troben contagiats, però sí que poden contraure la infecció. Els infectats són persones portadores de la malaltia i, com a conseqüència, la poden propagar.

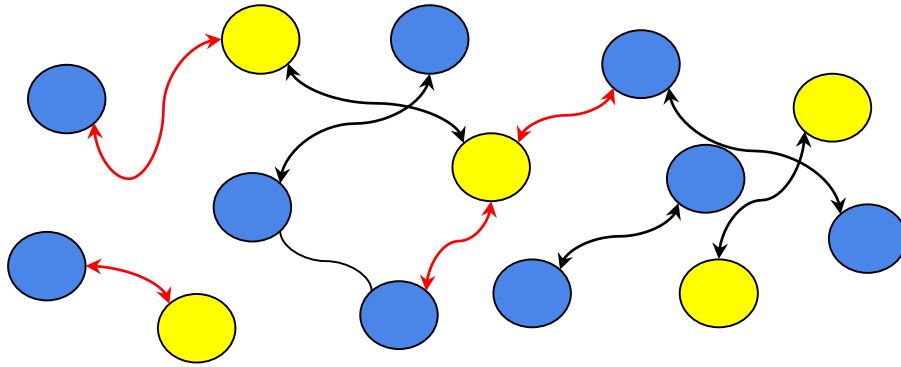


Figura 10. Diferents contactes entre susceptibles i infectats.

La figura anterior representa les interaccions que tenen els individus susceptibles (blaus) i infectats (groc) segons una determinada **taxa d'interacció**. Els contactes que es donen entre els uns i els altres és el que provocarà la dispersió de la malaltia, no obstant he de considerar que no totes les interaccions provocaran un contagi, ja que els contactes entre susceptible-susceptible i infectat-infectat no comporten risc (fletxes negres de la figura 10). Els contactes que es donen entre susceptible-infectat són els que sí poden provocar una infecció i a aquests contactes els anomenarem contactes susceptibles (fletxes vermelles de la figura 10). Aquestes interaccions que comporten risc de transmetre la malaltia es convertiran en contagis en base a una **taxa d'infecció**.

Una persona infectada pot evolucionar de dues maneres diferents: es pot recuperar de la malaltia (recuperats) o no pot superar-la (morts).

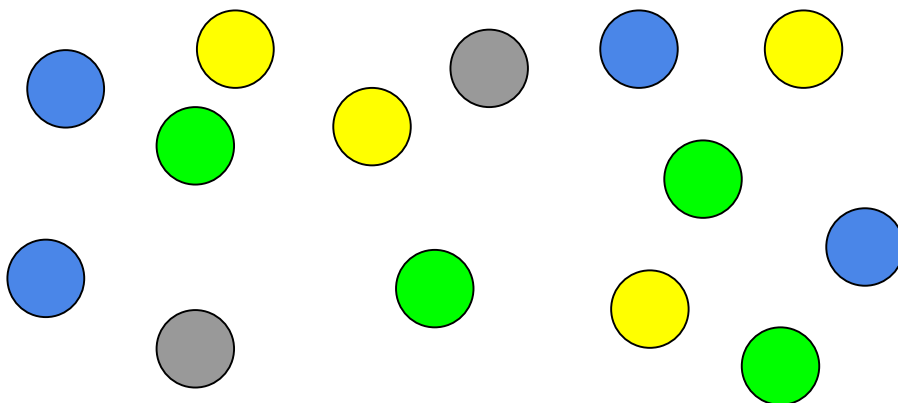


Figura 11. Diferents estats en què cadascuna de les persones de la població poden trobar-se.

En la imatge 11 està representat un esquema dels quatre diferents estats en què un individu pot trobar-se mentre la malaltia es troba present en la societat. Aquells que han estat capaços de vèncer la malaltia i han adquirit immunitat, és a dir, els recuperats (verds) ho han aconseguit mitjançant l'índex o la **taxa de recuperació**.

Quant als morts (gris) no han pogut superar la malaltia en relació a la **taxa de mortalitat**.

Cal remarcar que les interaccions entre recuperat-susceptible, recuperat-recuperat i recuperat-infectat no hi ha risc de contagi perquè els recuperats no són portadors i han adquirit immunitat a l'agent infecciós.

Altre paràmetre bàsic que utilitzaré en el model serà la **durada mitjana de la malaltia** que consisteix en la quantitat de temps que roman per mitjana el virus al cos humà.

6.2.1.1 Equacions que presenta el model

- L'equació que ens permet saber la quantitat d'infectats en un dia és la següent:

$$Contagiats(t) = \frac{I(t-1) \cdot TI \cdot S(t-1)}{N} \cdot TC$$

El **número de contagiats en un dia (C)** depèn dels individus en una població que interactuen amb els altres respecte a una taxa d'interacció (TI). No obstant, els contactes entre infecciosos no són contagiosos (ja que tots dos es troben infectats). Així doncs, el número de contactes susceptibles de contagi també depèn de la proporció d'individus susceptibles que hi ha en la població, és a dir, $S(t-1)/N$. Però, no tots els contactes susceptibles contrauen la infecció ja que ho fan en base a una determinada taxa d'infecció (TC).

- El **número de recuperacions que es donen en un temps concret (R)** dependrà de la quantitat d'individus infectats i de la taxa de recuperació (TR), a pesar d'això, com la malaltia té una durada (DM), cada dia es produirà la fracció corresponent de recuperacions.

$$Recuperacions(t) = \frac{I(t-1) \cdot TR}{DM}$$

- L'equació que representa la **quantitat de morts en un dia (M)** dependrà dels individus infectats i de la taxa de mortalitat, però com la malaltia (com hem explicat) té una durada determinada en un dia es produirà la proporció corresponent de morts, és a dir:

$$Morts(t) = \frac{I(t-1) \cdot TM}{DM}$$

- El **número de susceptibles que hi ha en un instant determinat (S)** serà igual al número de persones susceptibles que hi havien en l'instant anterior menys el número d'individus infectats en aquest període.

$$Susceptibles(t) = S(t-1) - C(t)$$

- La **quantitat total d'infectats fins a un dia (I)** equival als infectats en el dia anterior més els infectats aquell mateix instant de temps, però hem de restar les persones que s'han recuperat o no han pogut superar la malaltia en aquell instant, obtenint la següent equació:

$$Infectats(t) = I(t-1) + C(t) - R(t) - M(t)$$

- El **número de recuperats (Rec)** és acumulatiu, és a dir, és la suma dels recuperats del dia anterior més les recuperacions que es donen en aquell instant de temps.

$$Recuperats(t) = Rec(t-1) + R(t)$$

- El **número de morts totals (MT)**, com els recuperats, és acumulatiu, per tant:

$$Morts(t) = MT(t-1) + M(t)$$

6.2.1.2 Valors aplicats als paràmetres i a les variables

Valors aplicats als paràmetres:

En la meua simulació de la COVID-19 els valors que donaré als paràmetres seran constants amb el pas del temps, és a dir, seran fixos. Aquests estaran basats en les setmanes anteriors de que l'estat d'alarma fos decretat amb la finalitat d'intentar conèixer com la malaltia s'hagués propagat si haguéssim continuat fent vida normal, mentre que la dispersió del SARS-CoV-2 es donava.

Els valors dels cinc paràmetres epidemiològics que utilitzaré són els següents:

- **Taxa de mortalitat (TM):** el càlcul del paràmetre que determina la probabilitat de mortalitat d'un individu es duu a terme mitjançant la relació del número total de morts confirmats des del dia que va arribar el primer cas a Catalunya fins al dia 13/3/2020 i la quantitat de casos confirmats des del dia 24/2/2020 fins al dia d'abans en què van confinar l'estat espanyol, és a dir, la següent equació:

$$\text{Taxa de mortalitat} = \frac{\text{Núm. de casos confirmats fins el dia 13 - 3 - 2020}}{\text{Núm. d'infectats fins el dia 13 - 3 - 2020}} \cdot 100$$

↓

$$\frac{136}{5.753} \cdot 100 = 2,36\%$$

- **Taxa de recuperació (TR):** el valor que aplicaré a la probabilitat de recuperació d'una persona estarà donat en relació amb la taxa de mortalitat, ja que si de cada 100 persones contagiades 2,36 individus moren, la resta sobreviuran, o sigui, la malaltia serà superada pel **97.64%** de la població.
- **Taxa de contagi (TC):** segons l'OMS quatre estudis realitzats a Xina, a Taiwan i a la República de Corea van arribar a la conclusió que els contactes que es produeixen entre susceptible-infectat, en altres paraules, els anomenats contactes de risc comporten un índex de transmissió d'entre un 0,8%-**15,4%**.
Tanmateix, en aquesta primera simulació l'implementaré el valor màxim perquè, com ja hem explicat, està basada en les dades de les setmanes inicials de l'arribada del virus a Catalunya, és a dir, quan encara el govern no havia implantat mesures de seguretat.
- **Taxa d'interacció (TI):** al no haver informació per establir un valor estimat com en els anteriors paràmetres, li donaré una quantitat de **2,5**. Probablement, la interacció d'una persona en un dia sigui de més de 2,5 individus, però el valor que he afegit fa referència a contactes estrets i, per tant, amb més probabilitat de contraure la infecció.

- **Durada mitjana de la malaltia (DM):** a partir de les dades que ens ofereix el MSCBS els infectats de gravetat de COVID-19 han experimentat un període de recuperació de, fins i tot, més d'un mes, tot i això el temps que el virus SARS-CoV-2 roman al cos humà de mitjana és de dues setmanes, és a dir, **14** dies.

Valors aplicats a les variables:

- Variables dependents:

Per donar valors a les variables dependents solament em basaré en el primer dia en què el primer infectat es va donar a Catalunya perquè l'Excel a partir d'aquestes simularà els posteriors dies.

Els valors de les variables dependents estaran lligats a la població catalana que es troba al voltant d'uns 7.500.000 habitants. Llavors, consideraré que de la població inicial solament hi ha un infectat, i al ser una nova malaltia en el període inicial no hi hauran ni morts ni recuperats, per tant:

- Població susceptible inicial: $S(0) = 7.499.999$
 - Població infectada inicial: $I(0) = 1$
 - Població recuperada inicial: $R(0) = 0$
 - Població morta inicial: $M(0) = 0$
- Variable independent:
- L'interval de temps que utilitzaré per la dispersió de la malaltia serà de **100** dies (24/2/2020 fins al 3/6/2020), ja que és un període de temps suficient per poder conèixer la tendència de cadascuna de les variables

6.2.2 Estudi de les gràfiques de la simulació

Les gràfiques són una de les eines més emprades en el món de l'epidemiologia i, pràcticament, en qualsevol àmbit, ja que ens permeten representar i sintetitzar la informació dels resultats, que en un principi es presenten en taules de valors, d'una forma clara i visual.

En el meu cas, per representar visualment l'evolució de la COVID-19 em basaré en el gràfic més habitual en la propagació de malalties que és el diagrama o gràfic de línies, ja que permet estudiar tendències en un llarg període de temps. El diagrama de línies consisteix en una sèrie de punts connectats entre ells a través de rectes on cada punt representarà la variable dependent en funció del temps.

El següent és aquell que tant estem veient avui dia en els mitjans de comunicació. Aquesta gràfica mostra el número de persones contagiades, però cal remarcar que no és la suma dels contagiats dels dies anteriors i els del mateix dia, sinó que mostra el número d'infectats que es donen en un dia.

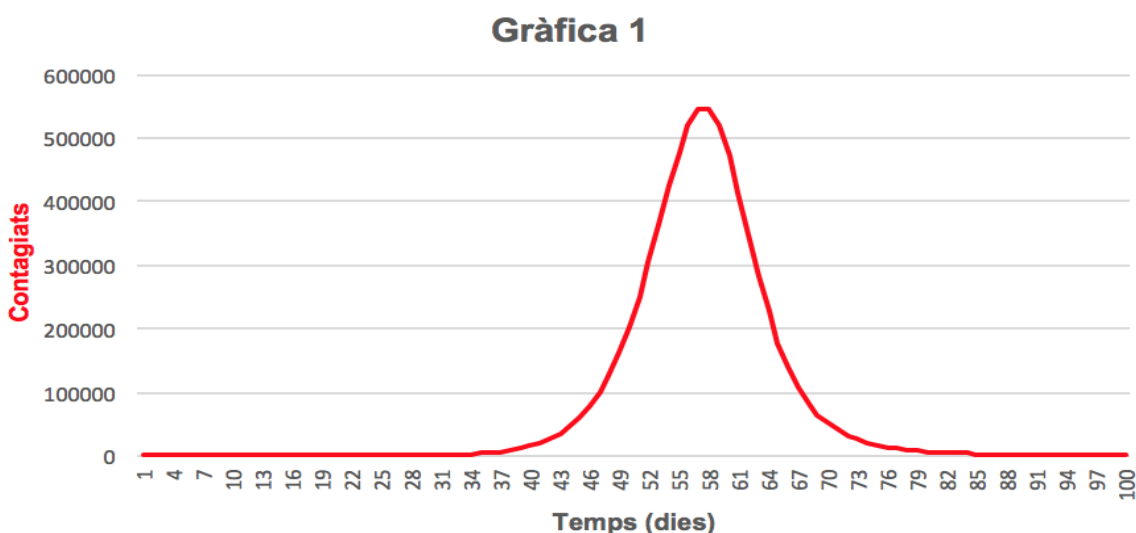


Figura 12. Contagiats-Temps.

En la figura 12 es pot observar la típica gràfica pròpia d'una pandèmia, en la qual es presenta un increment massiu en el nombre de casos des del dia 40 fins el dia 58, dia en què es troba el màxim de contagiats que és de 544.058 persones. Posteriorment d'assolir el diagrama el seu màxim, descendeix aproximadament amb la mateixa rapidesa que quan els casos augmentaven significativament.

El segon diagrama presenta dos tipus de variables, aquestes són: susceptibles i infectats. Cal destacar que la línia blava (susceptibles) presenta la mateixa informació que l'anteriorment analitzada, és a dir, el número d'individus susceptibles en un sol dia. En canvi, els individus infectats (línia vermella) sí que es presenten d'una manera diferent perquè representen el número total de població contagiada fins a un dia.

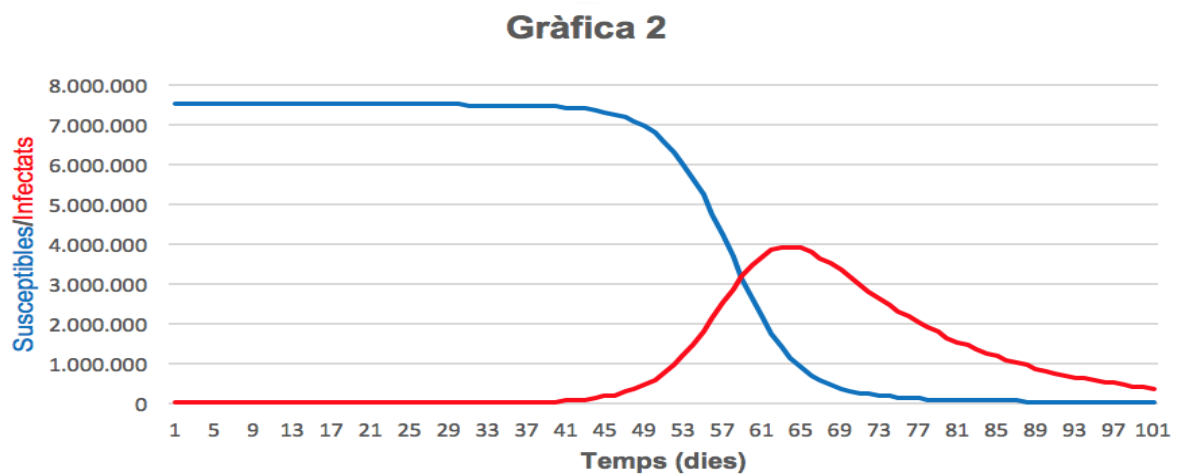


Figura 13. Susceptibles/Infectats-Temps.

A la figura 13 es pot veure que el número de persones susceptibles és decreixent en tot el període d'anàlisi, ja que una vegada els individus deixen de ser susceptibles no poden retornar a l'estat de vulnerabilitat (escenari propi d'un model SIRS). A més, considero rellevant que, malgrat que sembli que la població que passa de susceptibles a infectats equival a tota la població, a través de la resta entre la població susceptible inicial i la totalitat de la població contagiada puc afirmar que hi ha 29.230 persones no afectades pel virus (en aquests 100 dies). O bé per no haver tingut contacte entre portadors, o bé perquè encara que han estat en contacte amb portadors per probabilitat no s'ha produït un contagi.

A mesura que el número de susceptibles disminueix, el d'infectats augmenta primerament lentament i després amb una velocitat considerable, donant-se un màxim de quasi 4 milions d'infectats simultàniament.

Finalment, a causa de la disminució dels contagiats diaris i del canvi d'estat dels infectats a recuperats o a morts la quantitat d'individus infectats decreix, encara que no s'apreciï en el període de temps aplicat, fins a 0 a causa de que tots els malalts desenvoluparan immunitat en contra de la malaltia o moriran.

A la tercera gràfica analitzaré els recuperats i els morts alhora. El diagrama mostra la quantitat total de persones que han adquirit immunitat (línia verda) i que no han superat la malaltia (línia gris) fins a un instant concret.

Gràfica 3

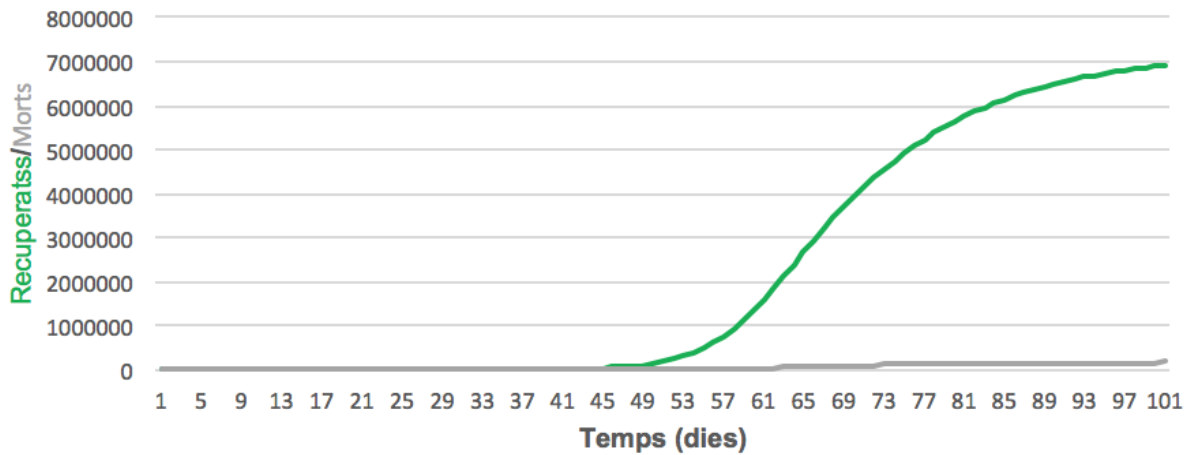


Figura 14. Recuperats/Morts-Temps.

En aquest diagrama es mostra la gran quantitat de persones que s'han recuperat (el 97,64% dels infectats) i, com a conseqüència, han adquirit anticossos, per tant no poden tornar a un estat de susceptibilitat. El diagrama de color gris (morts) incrementa, però molt lentament, ja que solament el 2,36% dels contagiats moriran.

Convé destacar que si ens fixem en la gràfica 1 a mesura que el número de contagiats disminueix (dia 56) la quantitat de persones recuperades en la gràfica 3 augmenta ràpidament.

6.3 Anàlisi dels resultats

En aquest apartat realitzaré una comparació, mitjançant gràfiques, entre els resultats obtinguts en la meua simulació i la realitat. En conseqüència, podré conèixer el grau de precisió del meu model, així com altres aspectes que em vaig proposar a l'inici del treball.

6.3.1 Comparació de la realitat amb la simulació

La primera de les dues comparacions que faré es centra en la quantitat total de morts acumulats reals (línia intercalada) i simulats (línia contínua).

Gràfica 4

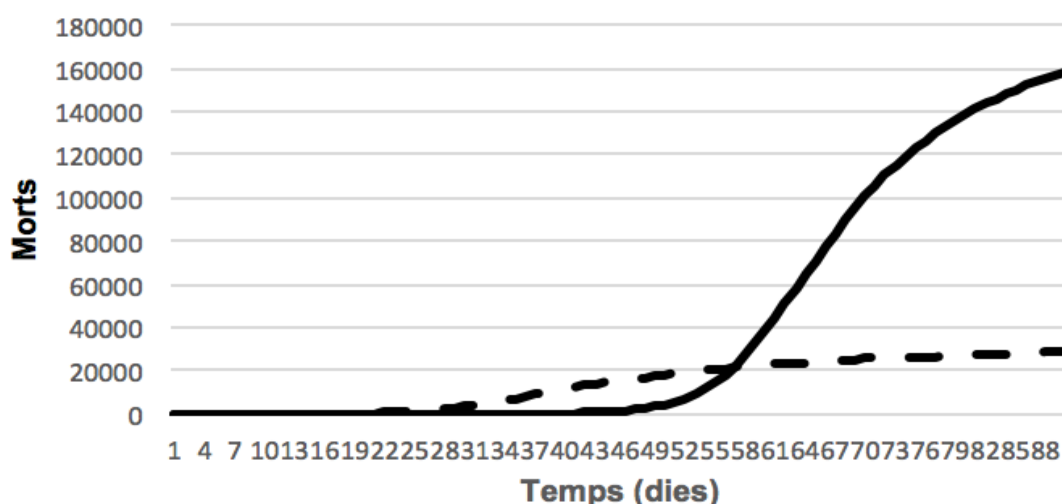


Figura 15. Morts reals/simulats-Temps.

(NOTA: cal remarcar que el període de temps considerat no és de 100 dies, sinó de 90 ja que extraient la totalitat de morts des de l'IDESCAT, a partir del dia 24/5/2020 (seria el dia 91 en la simulació) hi havia una ruptura en la sèrie temporal. No obstant, al ser una variació de solament 10 dies no influirà en l'estudi).

A la figura 15 s'observa una clara diferència a partir del dia 25 entre la simulació i la realitat, ja que a partir d'aquell instant de temps la línia intercalada supera significativament la contínua. No és fins al dia 49 quan el número de morts totals simulats comença a augmentar tan massivament que en tan sols una setmana després aconsegueix superar els reals. Posteriorment, segueix incrementant estabilitzant-se en un total de 160.000 habitants que no han superat la malaltia. Un resultat que es troba molt llunyà de la línia intercalada equilibrant-se en uns 30.000 morts.

La segona comparació que realitzaré serà entre el número de contagiats reals (gràfica 5) i simulats (gràfica 6) que es donen en un dia.

Gràfica 5

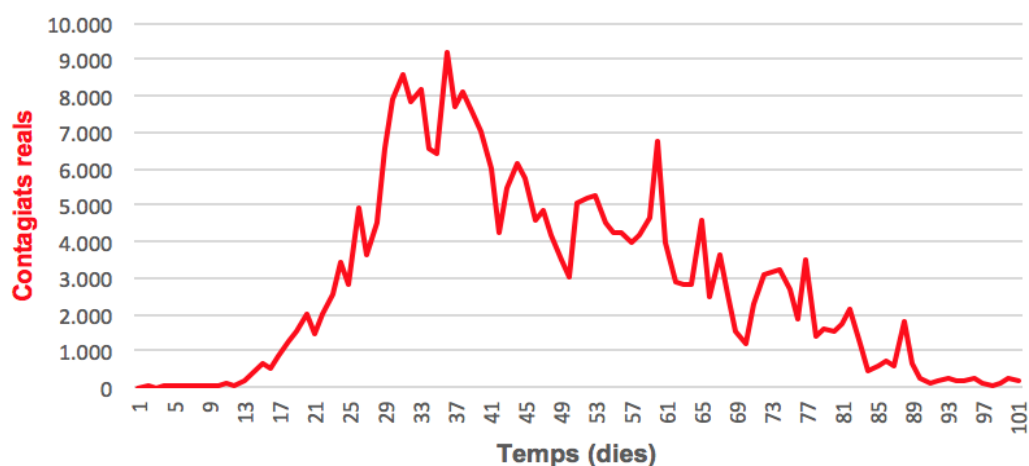


Figura 16. Contagiats reals-Temps.

Gràfica 6

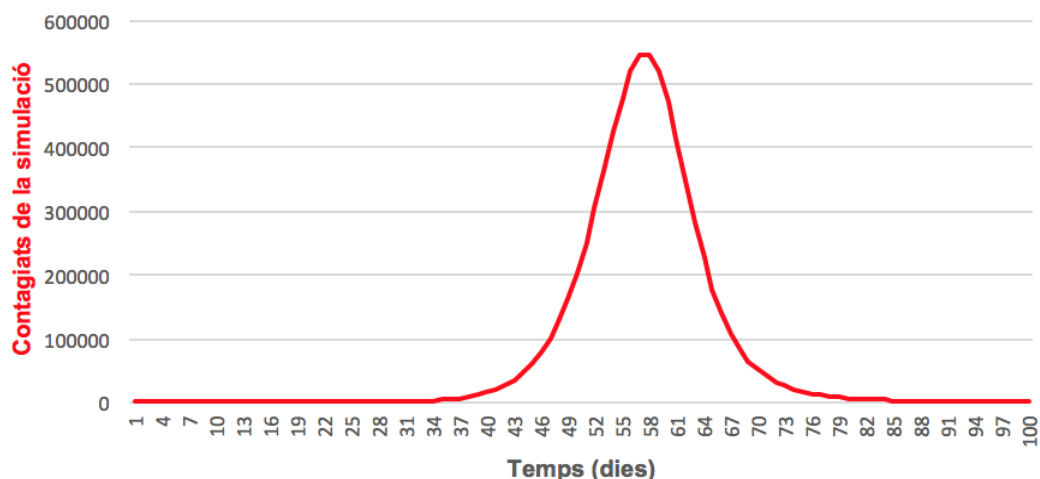


Figura 17. Contagiats de la simulació-Temps.

(NOTA: no he posat en una mateixa gràfica els contagiats reals i els simulats a causa de la diferència tan elevada que hi ha en la quantitat de contagiats, provocant una difícil avaluació de la figura ja que seria una línia pràcticament inexistent).

A simple vista, observem dues gràfiques creixents que arriben a un punt màxim i després descendeixen fins a arribar a estabilitzar-se en un punt on, pràcticament, no es dona cap cas. Tanmateix, tot i aquesta similitud, en la gràfica 5 es donen pujades i baixades a mesura que avança en el temps, al contrari que en la figura 17. A més, la figura 16 empra en assolir el màxim d'infectats en un dia, que són 9.222 persones, uns 37 dies. En canvi, la gràfica 6 arriba al seu màxim en l'instant $t=58$ dies.

Altra diferència estaria en el temps que cadascuna triga en assolir el número màxim de contagiats en un dia, i l'equilibri des de que comencen a pujar els casos significativament. La gràfica 5 des de que s'inicia una pujada de casos considerable (dia 13) fins al seu màxim empra 24 dies i en trobar-se en equilibri uns 80. D'altra banda en la gràfica de la simulació comença a créixer principalment en l'instant $t=40$ dies i 18 dies és el que tarda en arribar al seu màxim i uns 36 en estabilitzar-se. Per tant, la gràfica dels contagiats reals augmenta i disminueix asimètricament, contràriament a la de la simulació que ho fa de forma quasi simètrica.

Com hem observat a l'anterior apartat, les gràfiques formades a partir del model creat no s'ajusten a allò que realment ha succeït, principalment, en termes de quantitat, ja que el número de morts totals i la quantitat de contagiats diaris es mostren molt més superiors en la predicció que en la realitat.

És lògic pensar que aquests desajustos en les gràfiques són provocats per l'estat d'alarma sanitària implantat el dia 14/3/2020 a Espanya. Llavors, una de les formes de solucionar aquest problema seria modificant els paràmetres, a partir del dia 14/3/2020 (dia 20 en la simulació), que intervenen en la propagació del virus.

Els paràmetres que variaré seran la taxa d'infecció a un 3%, la taxa d'interacció a 1,5 individus, la taxa de recuperació la pujaré al 98,5 % i, per tant, la taxa de mortalitat és de l'1,5%. Probablement durant el període que vam estar confinats a casa, sense poder sortir, la taxa d'infecció i d'interacció sigui més baixa que els valors que he afegit, però he de considerar que a partir del dia 2 de maig (dia 69 en la simulació) ja es podia sortir amb certes normes que no tothom complia (per això no he afegit a aquests dos paràmetres el seu valor mínim).

D'altra banda, la taxa de recuperació la incrementaré perquè gràcies al confinament els hospitals van deixar d'estar col·lapsats, així doncs, l'atenció era més personalitzada.

Mitjançant la variació en els paràmetres a partir del dia 14/3/2020 s'obté la gràfica següent:

Gràfica 7

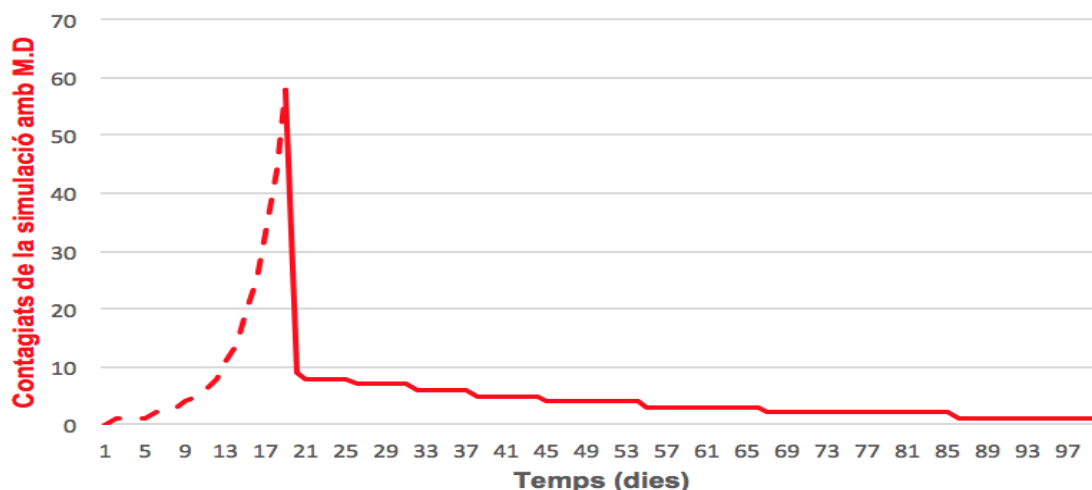


Figura 18. Contagiats de la simulació amb mesures de seguretat-Temps.

La figura 18 presenta els contagiats que es donen en un dia sobre dos escenaris diferents en una mateixa gràfica, ja que les línies intercalades presenten els dies en què encara no s'havien pret mesures i la contínua quan aquestes mesures ja s'havien implementat tal i com he explicat anteriorment.

Com es pot veure, amb la figura 18 he intentat simular a la figura 16. No obstant, amb la variació dels paràmetres que he implementat no s'apropa, ni tan sols una mica, a la gràfica de casos reals. Doncs aquest diagrama (al contrari que l'altre) la disminució dels infectats és justament el mateix dia en què les mesures de seguretat es prenen. A més, ambdós decreixements són totalment discrepants ja que la gràfica 5, una vegada assoleix el seu màxim (pic d'infectats), disminueix lentament i la que presenta els infectats simulats amb mesures de seguretat ho fa bruscament.

6.3.2 Efecte de l'estat d'alarma sanitària i les mesures de seguretat

Per poder saber que va suposar l'estat d'alarma sanitària a Catalunya, una demostració podria ser a través d'una comparació entre les gràfiques simulades amb i sense mesures de seguretat aplicades. Però, gràcies a l'apartat anterior puc afirmar que el nostre model presenta diverses imprecisions i, per tant, això refuta la hipòtesi proposada per conèixer la importància de les mesures de seguretat implantades.

Altra forma per conèixer l'efecte de l'estat d'alarma és mitjançant l'explicació que va fer l'actual director del Centre de Coordinació d'Alertes i Emergències Sanitàries del Ministeri de Sanitat, el metge epidemiològic Dr. Fernando Simon.

El Dr. Fernando Simon mostrà un vídeo explicatiu, a principis de març, de com s'actuaria davant l'arribada de la COVID-19.

L'explicació que donà està relacionada amb com es transmeten les malalties infeccioses, és a dir, amb el paràmetre umbral R_0 (explicat a l'apartat 2.2). Llavors, ell diu que, en aquest tipus de pandèmies, si el Govern no fa ús de les intervencions (mesures de seguretat) la gràfica que presenta el número de casos diaris en poc temps tindria una forma molt aguda i picuda. En canvi, si es duen a terme les intervencions, el número d'infeccions secundàries baixarà i, per tant, l'evolució de la gràfica serà més lenta i més prolongada en el temps, afectant al mateix número de persones, però en un període de temps més llarg.

Aleshores, per poder fer una comparació gràfica em basaré en la gràfica real que mostra els contagiats diaris en un dia durant un període de temps de 100 dies. Com la figura 16 representa que va passar realment, òbviament, hi ha implantades les mesures per part del Govern i del Departament de Salut, per tant aquest serà el diagrama que presentarà els contagis diaris amb intervencions. D'aquesta manera, si el metge epidemiològic diu que el número de casos serà el mateix, l'altra gràfica que utilitzaré serà una modificació de la primera fent que per cada dia que passi d'aquesta representin 2-3 de la real (gràfica 5). Així doncs, obtindré la gràfica següent:

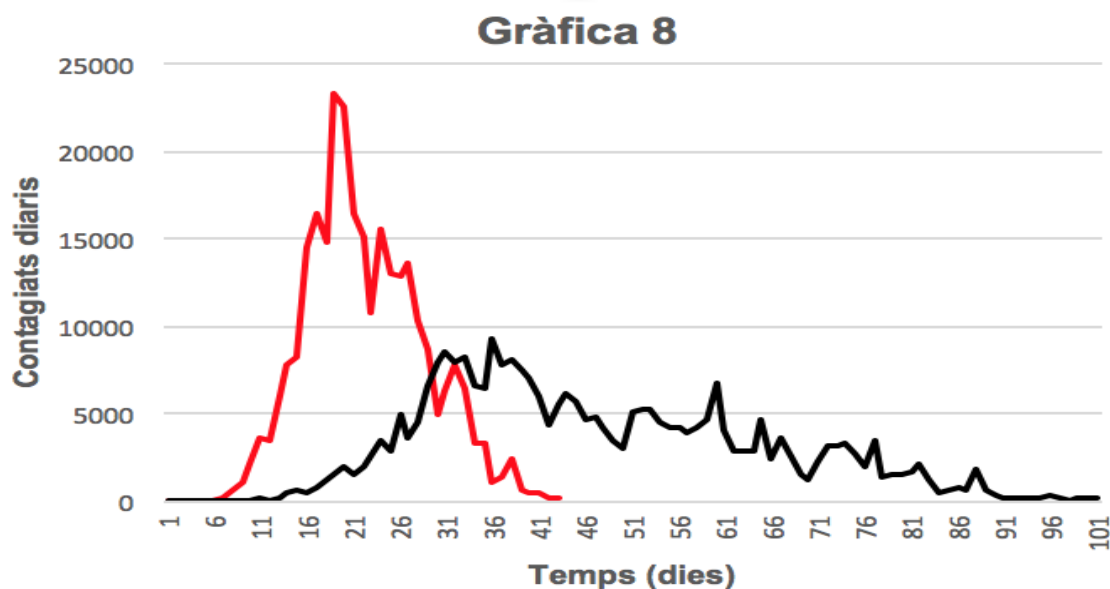


Figura 19. Contagiats diaris reals amb i sense MD-Temps.

En la gràfica 8, estan presents alhora els infectats diaris reals (línia negra) i la predicció dels contagis diaris sense mesures de seguretat (línia vermella).

La línia vermella ens indica que sense mesures s'arribaria al màxim de contagiats en tan sols uns 18 dies, per tant, el R_0 estaria molt per sobre de l'1, però també la caiguda d'infectats disminuiria molt ràpidament. No obstant, aquesta situació provocaria un greu col·lapse als hospitals i, així doncs, una mortalitat molt elevada.

Amb les mesures de prevenció, la línia negra tot i que el pic d'infectats és elevat, no ho és tant en relació amb la vermella, i com hi ha una prolongació en el temps de l'evolució de la malaltia més llarga hi haurà una reducció del R_0 , facilitant el control de la pandèmia.

7. CONCLUSIONS

Com a inicis de l'estudi vaig comentar, la finalitat del meu treball de recerca és crear un model matemàtic i saber si mitjançant aquest es pot simular la propagació de la malaltia. No obstant, a més a més d'això, em vaig proposar una sèrie de preguntes:

- **Realment el confinament de quasi la totalitat de la població com altres de mesures de seguretat han complert els objectius?**
- **Les dades publicades oficials corresponen amb la totalitat dels casos, és a dir, contagiats, defuncions i recuperacions?**
- **És el meu model creat adient per simular la transmissió de la COVID-19?**

Amb la informació obtinguda a la part pràctica respondré a les anteriors preguntes, i així podré conèixer si s'han complert les meves expectatives.

En primer lloc, les mesures estrictes de seguretat imposades pel Govern central, segons la gràfica 8, sí han tingut l'efecte desitjat, ja que comparada amb un total descontrol quasi es tripliquen el màxim d'infectats en un sol dia.

No obstant, analitzant la línia negra de la figura 19 es pot comprendre perquè va ser un confinament tan estricte. Doncs, a l'inici de l'estat d'alarma a Catalunya (fins i tot a tot l'estat) estava totalment descontrolada la situació, ja que el dia 13 de març van haver 1.544 casos diaris confirmats, això explica que les mesures van arribar tard i no hi havien medes suficients per poder fer cribratges massius (PCR, tests ràpids, proves serològiques...), és a dir, puc afirmar que el dia 14 de març (estat d'alarma) el paràmetre R_0 estava totalment disparat.

Una vegada tots confinats, els contagis continuaven pujant indiscriminadament a causa del període d'incubació de la malaltia d'uns 12,5 dies. Això explica que des del primer dia de la quarantena seguien incrementant els casos, fins al dia 30/3/2020 on va ser el dia màxim d'infectats diaris a Catalunya. Aleshores, pràcticament puc afirmar que el dia just abans del confinament va ser el dia de més infectats, ja que si tenim en compte el període de latència (període d'exposició fins que l'individu comença a ser infecciós), unes dues setmanes després es donava el màxim d'infectats en un sol dia.

Fent referència a la mateixa gràfica (gràfica 8), tal i com he explicat, la línia negra, que teòricament he analitzat com si fos un exemple de com actuar davant aquesta nova malaltia, realment aquesta ja estaria totalment fora de control ja que segons els informes oficials a partir de l'última setmana de març les Unitats de Cuidats Intensius (UCI) i els hospitals estaven

desbordats. Per tant, la comparació que he realitzat a la gràfica sí que es veu el resultat del confinament, però he analitzat una gràfica sense control (línia negra) amb una fictícia que es troba molt més disparada encara.

La segona pregunta està relacionada amb la totalitat de casos que realment s'han registrat. El meu anàlisi ha estat realitzat mitjançant les dades oficials oferides per part de les institucions oficials. Tanmateix, si calculo la taxa de mortalitat real dels 100 dies de simulació (24/2/2020-3/6/2020), prenent el número total de defuncions reals de la gràfica 4 (línia intercalada), els divideixo entre la població total infectada i els multiplico per 100 $((27.133/240.660) \cdot 100 = 11,27\%)$, s'obté una taxa de mortalitat molt més superior que la que he emprat en la primera simulació, ja que era d'un 2,36% (com ja vaig comentar, a la meua simulació he agafat la taxa de mortalitat quan encara l'estat d'alarma no s'havia implantat, és a dir del dia 24/2/2020 fins al dia 13/3/2020).

Amb aquestes dades es poden treure dues conclusions:

- La primera conclusió que puc extreure és la forta gravetat que ha tingut i té aquesta malaltia i la ràpida propagació que experimenta.
Aquest fort increment de mortalitat que experimenta respecte el considerat en el meu model s'ha elevat, primordialment, a causa de les defuncions que la COVID-19 ha provocat a la gent gran en les residències d'avis, és a dir, aquest virus ha demostrat que la gent d'avançada edat són els més vulnerables.
- La segona conclusió que puc extreure és per l'elevada mortalitat que presenta el COVID-19, no tan sols a Catalunya, sinó a tot el món. No obstant, pensava que aquest valor era massa elevat i investigant l'OMS situa la taxa de mortalitat entre un 0,5%-1%. Això és perquè jo he calculat l'anomenat "case fatality rate", que és el percentatge de casos diagnosticats que moren. En canvi, l'OMS fa una estimació de la taxa de mortalitat entre els casos diagnosticats+no diagnosticats. El que ens indica aquesta estimació és que n'hi ha una quantitat molt important de casos que no s'han comptabilitzat tant de morts, d'infectats i també de recuperats.

Per a finalitzar, l'última pregunta que m'he plantejat és la més important ja que el contingut del meu estudi es centra en arribar a una gràfica que exemplifiqui la situació real de la COVID-19. Primerament, he fet una comparació dels casos reals amb els simulats sense mesures de control implantades, i era evident que no hi haguessin semblances de les gràfiques modelades

amb les reals perquè no he variat els paràmetres (que representen les intervencions del govern). Llavors, la prova definitiva per conèixer si el model creat és adequat ha estat en variar els paràmetres del model quan l'estat d'alarma va ser imposat. Obtenint les següent gràfiques:

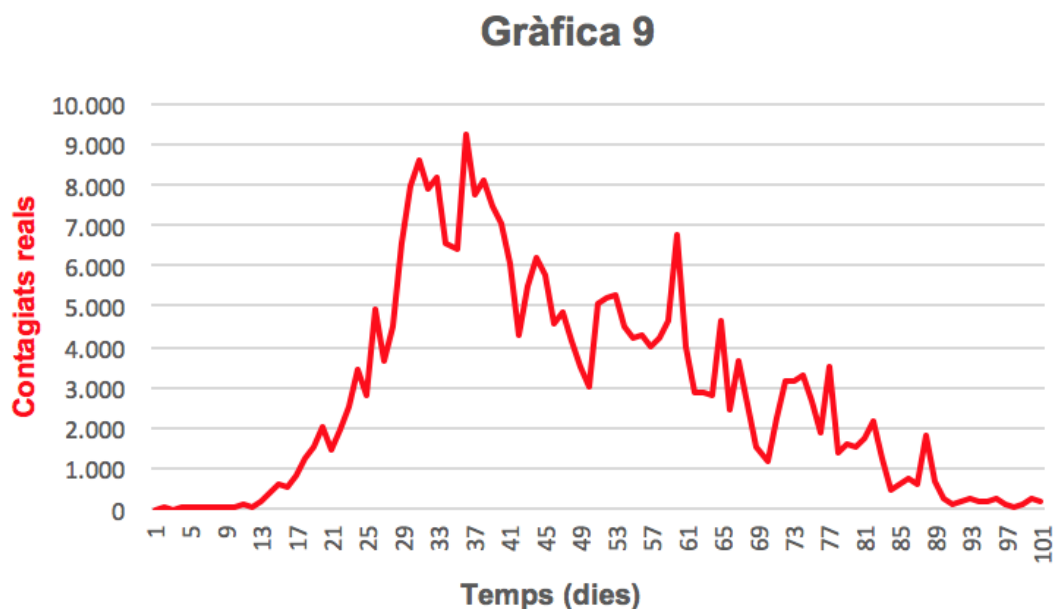


Figura 20. Contagiats reals-Temps.

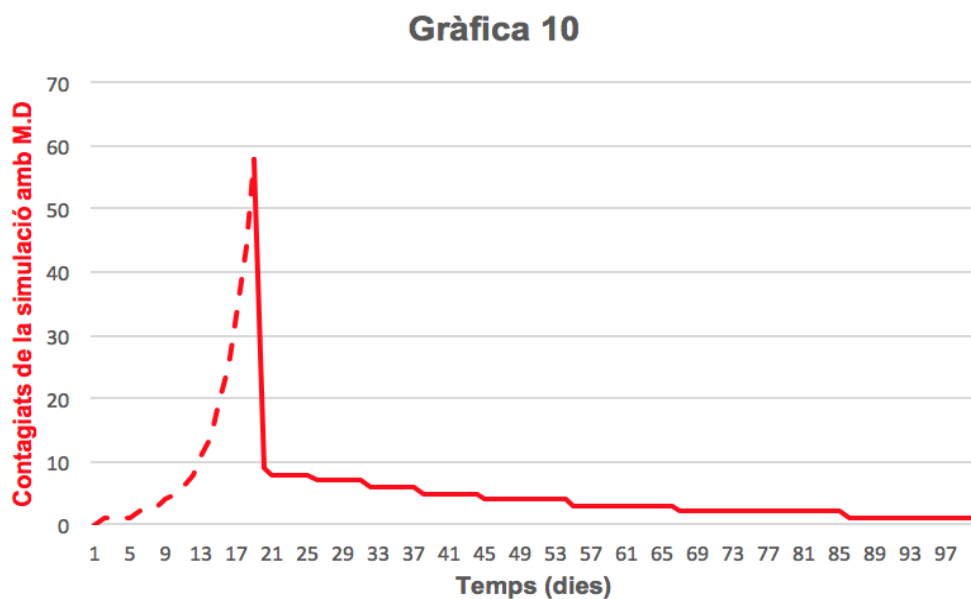


Figura 21. Contagiats de la simulació amb mesures de seguretat-Temps.

(NOTA: no he posat en una mateixa gràfica els contagiats reals i els simulats a causa de la diferència tan elevada que hi ha en la quantitat de contagiats, provocant una difícil avaluació de la figura ja que seria una línia pràcticament inexistent).

Com he explicat a l'apartat 6.3, a la gràfica 7 (en aquest cas 10) s'han considerat tots els paràmetres possibles des de l'inici de la pandèmia, o sigui, sense mesures de seguretat (línia intercalada) i amb intervencions (línia contínua).

Tot i això si comparo les gràfiques, el pic d'infectats de la real és molt superior que la modelada, una vegada s'implanten les mesures la figura 21 baixa bruscament al contrari que la real que continua pujant a causa del període d'incubació del virus.

Però, si he variat els valors als paràmetres en diferents moments considerant les intervencions realitzades pel Govern, per què el model no s'ajusta res a la realitat?

Una de les raons per què el model no és precís seria per alguns aspectes de l'apartat 6.1 com el període de latència o altres que no s'han tingut en compte. Altre aspecte seria per la senzillesa que el model creat presenta ja que no faig ús d'equacions diferencials.

No obstant, la principal raó es dona per la dinàmica del model, és a dir, pel model SIR i Clara Prats, Dra. en Física per la UPC, ens ho explica:

“La COVID-19 presenta bastants problemes per ser modelitzada amb un model SIR, perquè la dinàmica ve marcada per les mesures de control, i no per la pròpia malaltia. Tradicionalment, en un model SIR, la incidència (paràmetre que reflexa els nous casos en un període de temps) comença a baixar quan queden pocs susceptibles per infectar. No obstant, l'epidèmia de COVID-19 la població de susceptibles es pot considerar “infinita”, i el que marca la dinàmica són les mesures de control implementades pels governs”.

També afegeix:

“La modelització de la COVID-19 és un tema francament complex que requereix de nivells matemàtics molt avançats”.

(per conèixer sobre un model de la UPV que intenta simular la COVID-19, veure ANNEX 1)

Finalment, aquest treball m'ha suposat un repte difícil del que era conscient abans de començar-lo, però una vegada vaig entrar en matèria em vaig adonar que això seria molt més que complicat, ja que m'he trobat amb dades que canvien constantment resultant-me una difícil feina d'investigació i de comprensió. Tenint en compte que els mateixos especialistes en epidemiologia matemàtica encara no han trobat un model matemàtic concret que doni una explicació detallada i precisa en la transmissió del virus.

Ara que finalitzo aquest treball, m'he adonat de que no serà fins que acabi aquesta catàstrofe i passin uns anys d'investigació quan sabrem quina és la quantitat REAL de casos a tot el món i de les repercussions col·laterals que tindrà.

8. BIBLIOGRAFIA

- ASPB. **COVID-19, preguntas i respuestas.** [en línea].
<<https://www.aspb.cat/documents/covid19-cast/>>. [Consulta: 3/2020].
- CLUSTER SALUD América economía. **Estas son las diferencias entre epidemia y pandemia.** [en línea].
<<https://clustersalud.americaeconomia.com/sector-publico/estas-son-las-diferencias-entre-epidemia-y-pandemia>>. [Consulta: 3/2020].
- ConSalud.es. **Tasa de mortalidad de la Covid-19: el indicador que oculta el alto índice de casos asintomáticos.** [en línea].
<https://www-consalud-es.cdn.ampproject.org/v/s/www.consalud.es/pacientes/especial-coronavirus/numero-casos-asintomaticos-dificulta-calculo-tasa-mortalidad-covid-19_85836_102_amp.html?usqp=mq331AQFKAGwASA%3D&_js_v=0.1>. [Consulta: 9/2020].
- CORONAVIRUS Noticias. **Estos dos FACTORES propician la PROPAGACIÓN del virus.** [en línea].
<<https://www.coronavirusgripe.com/articulo/noticias/factores-propagacion-virus/20200604103303004107.html>>. [Consulta: 8/2020].
- DISCAPNET. **Las enfermedades endémicas.** [en línea].
<<https://www.discapnet.es/areas-tematicas/salud/enfermedades/enfermedades-endemicas/enfermedades-endemicas>>. [Consulta: 3/2020].
- ELPLURAL. **Coronavirus: ¿cuál es la diferencia entre epidemia, pandemia y endemia?** [en línea].
<https://www.elplural.com/sociedad/cual-es-diferencia-epidemia-pandemia-endemia_234004102>. [Consulta: 3/2020].
- Emilene Carmelita Pliego Pliego. **Modelos Epidemiológicos de Enfermedades Virales Infecciosas.** [en línea].
<<https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/EmileneCarmelitaPliegoPliego.pdf>>. [Consulta: 7/2020].
- Excel Avanzado para Administración de Empresas. **Modelización en Excel de la propagación de virus y enfermedades infecciosas.** [en línea].
<<https://www.youtube.com/watch?v=xIF63Xd6oFE>>. [Consulta: 6/2020].
- IDESCAT. Casos Confirmados del COVID-19. [en línea].
<<https://www.idescat.cat/indicadors/?id=anuals&n=13259&lang=es>>. [Consulta: 8/2020].

- infobae. **Una investigación dio con la fecha exacta del primer caso de coronavirus en el mundo.** [en línea].
<<https://www.infobae.com/america/mundo/2020/03/13/una-investigacion-dio-con-la-fecha-exacta-del-primer-caso-de-coronavirus-en-el-mundo/>>. [Consulta: 3/2020].
- Javier Martín-Arroyo, Oriol Güell. **Diagnosticado en Sevilla el primer contagiado local del coronavirus en España.** [en línea]. Edición Nacional. Barcelona/Sevilla.
<https://elpais.com/sociedad/2020/02/26/actualidad/1582734638_122366.html>. [Consulta: 4/2020].
- Luis Guillermo Loría Salazar. **Una explicación breve del modelo de Gompertz para modelar el crecimiento del Coronavirus (COVID19).** [en línea].<<https://youtu.be/5a4qjvVEmqo>>. [Consulta: 10/2020]
- María José Fresnadillo, Enrique García Sánchez, Enrique garcía Merino, Ángel Martín, José Elías García. **Modelización matemática de la propagación de enfermedades infecciosas: de dónde venimos y hacia dónde vamos.** [en línea].
<<https://seq.es/seq/0214-3429/26/2/fresnadillo.pdf>>. [Consulta: 5/2020]
- MSCSB. **INFORMACIÓN CIENTÍFICA-TÉCNICA Enfermedad por coronavirus, COVID-19.** [en línea].
<<https://www.msbs.gob.es/profesionales/saludPublica/ccayes/alertasActual/nCov/documentos/ITCoronavirus.pdf>>. [Consulta: 8/2020].
- MUNQU_Team. **Modelización epidemiológica del COVID-19.** [en línea].
<<https://www.imm.upv.es/covid-19/>>. [Consulta: 9/2020].
- niejimjim. **Tema 1.- ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN.** [en línea].
<<https://personal.us.es/niejimjim/tema01.pdf>>. [Consulta: 7/2020].
- Paula Nicole Roldán. **Modelo matemático - Qué es, definición y concepto.** [en línea].
<<https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>> [Consulta: 5/2020].
- REDACCIÓN MÉDICA. **Coronavirus: el grupo sanguíneo 0 reduce hasta un 18% el riesgo de Covid-19.** [en línea].
<https://amp-redaccionmedica-com.cdn.ampproject.org/v/s/amp.redaccionmedica.com/secciones/hematologia-y-hemoterapia/coronavirus--grupo-sanguineo-reduce-riesgo-covid-19-4551?usqp=mq331AQFKAGwASA%3D&js_v=0.1>. [Consulta: 8/2020].

- Salud Pública de México. **Modelos matemáticos para enfermedades infecciosas.** [en línea].
<http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0036-36342007000300007>. [Consulta: 5/2020].
- WHO. **COVID-19: cronología de la actuación de la OMS.** [en línea].
<<https://www.who.int/es/news/item/27-04-2020-who-timeline---covid-19>>
[Consulta: 5/2020].
- WHO. **OMS/Epidemiología.** [en línea].
<<https://www.who.int/topics/epidemiology/es/>>. [Consulta: 4/2020].
- WHO. **Transmisión del SARS-CoV-2: repercusiones sobre las precauciones en materia de prevención de infecciones.** [en línea].
<https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/333390/WHO-2019-nCoV-Sci_Brief-Transmission_modes-2020.3-spa.pdf>. [Consulta: 10/2020].

ANNEX 1: MODEL PROPOSAT PER LA UPV

El model que proposa el grup d'investigació MUNQU de la UPV és un estudi realitzat a principis de març. No obstant, aquest model va ser realitzat tenint en compte la població susceptible, per tant avui dia com explicà Clara Prats es considera erroni, ja que la població es considera "infinita".

Tot i això, penso que és interessant mostrar el model per la gran quantitat de paràmetres i variables que empra en comparació amb els que vaig explicar a la part teòrica. Així doncs, es pot veure l'evolució de l'epidemiologia des del seu inici (model de Kermack i McKendrick) fins avui dia.

Com el model empra unes eines matemàtiques molt complexes solament faré una menció de les seves variables, de la seva dinàmica i de la seva transmissió en base als seus paràmetres.

Variables:

S=Número d'individus susceptibles.

Q=Número d'individus en quarantena.

L=Número d'individus en el període de latència (període d'incubació).

I=Número d'individus infecciosos.

H=Número d'individus hospitalitzats.

U=Número d'individus en la UCI.

HU=Número d'individus en planta una vegada surten de la UCI.

R=Número d'individus recuperats.

F=Número de defuncions.

Dinàmica dels seus compartiments:

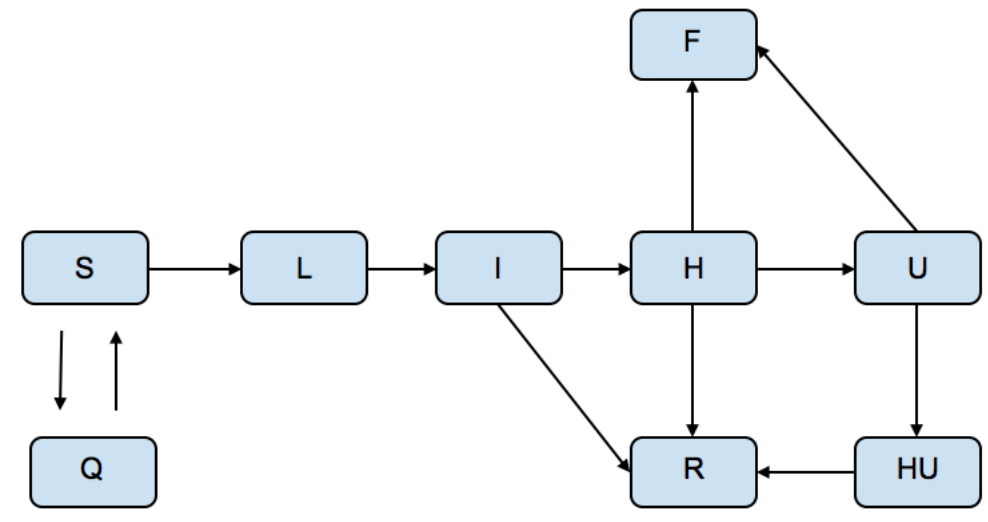


Figura 22. Dinàmica dels compartiments del model realitzat per l'equip MUNQU.

Dinàmica de transmissió a partir dels paràmetres:

δ = Taxa de pas de S a Q.

τ = Taxa de pas de Q a S.

γ_1 = Taxa de pas de L a I.

α_1 = Taxa de pas d'I a R.

γ_2 = Taxa de pas d'I a H.

α_2 = Taxa de pas de H a R.

γ_3 = Taxa de pas de H a U.

d_1 = Taxa de pas de H a F.

α_3 = Taxa de pas d'U a HU.

d_2 = Taxa de pas d'U a F.

η = Taxa de pas de HU a R.

ANNEX 2: SIMULACIÓ AMB FULL DE CÀLCUL

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
t	Susceptibles	Infectats	Recuperats	Morts		Contagis diaris	Rec diaries	Morts diaris			
0	7.499.999	1	0	0							
1	7.499.999	1	0	0		0	0	0		Duració de la malaltia	14
2	7.499.998	2	0	0		1	0	0		Taxa d'interacció	2,5
3	7.499.997	2	0	0		1	0	0		Taxa d'infecció	15,64%
4	7.499.997	3	0	0		1	0	0		Taxa de recuperació	97,64%
5	7.499.995	4	1	0		1	0	0		Taxa de mortalitat	2,36%
6	7.499.994	5	1	0		2	0	0			
7	7.499.992	7	1	0		2	0	0			
8	7.499.989	9	2	0		3	0	0			
9	7.499.985	12	2	0		4	1	0		Població total contagiada	7474071
10	7.499.981	16	3	0		5	1	0		Població total recuperada	6.963.463
11	7.499.974	21	4	0		6	1	0		Morts totals	168310
12	7.499.966	28	6	0		8	1	0		No afectats	25929
13	7.499.955	37	8	0		11	2	0			
14	7.499.941	49	10	0		14	3	0		Màx. població infectada simultània	3977589
15	7.499.922	64	14	0		19	3	0		Màx. Contagis en un dia	556164
16	7.499.897	85	18	0		25	4	0		Màx.morts	6705
17	7.499.864	112	24	1		33	6	0			
18	7.499.820	147	32	1		44	8	0			
19	7.499.763	194	42	1		58	10	0			
20	7.499.687	256	56	1		76	14	0			
21	7.499.587	338	74	2		100	18	0			
22	7.499.454	446	97	2		132	24	1			
23	7.499.280	589	128	3		174	31	1			
24	7.499.050	777	169	4		230	41	1			
25	7.498.746	1025	224	5		304	54	1			
26	7.498.345	1353	295	7		401	71	2			
27	7.497.817	1785	389	9		529	94	2			
28	7.497.119	2355	514	12		698	124	3			
29	7.496.198	3107	678	16		920	164	4			
30	7.494.984	4099	895	22		1214	217	5			
31	7.493.382	5408	1181	29		1602	286	7			
32	7.491.270	7135	1558	38		2113	377	9			
33	7.488.483	9412	2055	50		2787	498	12			
34	7.484.809	12414	2712	66		3674	656	16			
35	7.479.965	16371	3578	86		4844	866	21			
36	7.473.581	21586	4719	114		6384	1142	28			
37	7.465.170	28455	6225	150		8410	1505	36			
38	7.454.096	37496	8209	198		11074	1984	48			
39	7.439.524	49390	10824	262		14572	2615	63			
40	7.420.368	65018	14269	345		19156	3445	83			
41	7.395.215	85527	18804	454		25153	4535	110			
42	7.362.239	112394	24769	599		32976	5965	144			
43	7.319.096	147509	32607	788		43142	7839	189			
44	7.262.806	193263	42895	1037		56291	10288	249			
45	7.189.620	252644	56374	1363		73186	13479	326			
46	7.094.907	329311	73994	1788		94713	17620	426			
47	6.973.071	427624	96961	2344		121835	22967	555			
48	6.817.569	552582	126785	3064		155503	29824	721			
49	6.621.088	709592	165323	3996		196480	38539	931			
50	6.376.021	903975	214812	5192		245067	49489	1196			
51	6.075.329	1140097	277858	6716		300692	63046	1524			
52	5.713.906	1420085	357372	8638		361423	79514	1922			
53	5.290.396	1742160	456412	11032		423510	99041	2394			
54	4.809.190	2098926	577916	13968		481206	121503	2937			
55	4.281.967	2476226	724301	17507		527223	146385	3538			
56	3.727.898	2853421	897000	21681		554069	172699	4174			
57	3.171.734	3205769	1096006	26491		556164	199006	4810			
58	2.639.771	3508749	1319585	31895		531963	223580	5404			
59	2.154.835	3743060	1564295	37810		484937	244710	5915			
60	1.732.214	3898320	1825347	44119		422621	261052	6310			

61	1.378.089	3973994	2097227	50691	354125	271880	6571
62	1.090.637	3977589	2374385	57390	287452	277158	6699
63	862.733	3921379	2651793	64095	227904	277408	6705
64	684.840	3819173	2925281	70705	177893	273488	6610
65	547.187	3684029	3191641	77143	137654	266360	6438
66	441.001	3527069	3448576	83354	106185	256935	6210
67	359.000	3357137	3694564	89299	82002	245988	5946
68	295.411	3180931	3928700	94958	63589	234136	5659
69	245.794	3003338	4150547	100320	49617	221847	5362
70	206.787	2827821	4360009	105383	39007	209461	5063
71	175.867	2656753	4557229	110150	30920	197220	4767
72	151.146	2491707	4742519	114629	24722	185290	4479
73	131.207	2333667	4916297	118829	19939	173779	4200
74	114.987	2183196	5079054	122763	16220	162757	3934
75	101.682	2040559	5231316	126443	13305	152262	3680
76	90.679	1905807	5373631	129883	11003	142314	3440
77	81.511	1778846	5506547	133096	9168	132916	3213
78	73.815	1659482	5630609	136094	7696	124062	2999
79	67.311	1547451	5746346	138892	6504	115737	2797
80	61.779	1442452	5854270	141500	5533	107924	2609
81	57.043	1344155	5954870	143932	4735	100601	2432
82	52.968	1252219	6048615	146198	4076	93745	2266
83	49.441	1166301	6135949	148308	3527	87333	2111
84	46.374	1086061	6217290	150275	3067	81341	1966
85	43.695	1011165	6293035	152105	2679	75745	1831
86	41.344	941290	6363557	153810	2351	70522	1705
87	39.273	876126	6429205	155397	2071	65648	1587
88	37.441	815377	6490308	156873	1832	61104	1477
89	35.815	758762	6547175	158248	1626	56867	1374
90	34.368	706012	6600093	159527	1447	52918	1279
91	33.076	656875	6649332	160717	1292	49239	1190
92	31.918	611113	6695145	161824	1157	45812	1107
93	30.879	568501	6737766	162855	1039	42621	1030
94	29.943	528829	6777414	163813	935	39649	958
95	29.099	491900	6814297	164704	844	36882	891
96	28.336	457527	6848603	165534	763	34306	829
97	27.645	425538	6880512	166305	691	31909	771
98	27.018	395769	6910190	167022	627	29678	717
99	26.448	368070	6937793	167689	570	27602	667
100	25.929	342299	6963463	168310	519	25670	620